



# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

---

---

ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN  
Departamento de Ingeniería Eléctrica

**EVALUACIÓN DE SOBRETENSIONES POR MANIOBRA EN LA  
RESTAURACIÓN DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN APLICANDO  
UN MÉTODO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA**

## TESIS

Que para obtener el grado de:  
Maestro en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica

Presenta:

**María del Pilar Arellano Recillas**



México D.F.

JUNIO, 2006



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
**SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

*ACTA DE REVISION DE TESIS*

En la Ciudad de México, D. F. siendo las 17:00 horas del día 21 del mes de Junio del 2006 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E. S. I. M. E. para examinar la tesis de grado titulada:

**“ EVALUACIÓN DE SOBRETENSIONES POR MANIOBRA EN LA RESTAURACIÓN DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN APLICANDO UN MÉTODO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA ”**

Presentada por el alumno:

**ARELLANO**

APELLIDO PATERNO

**RECILLAS**

MATERNO

**MARÍA DEL PILAR**

NOMBRE(S)

Con registro: 

B	0	3	1	5	0	4
---	---	---	---	---	---	---

Aspirante al grado de:

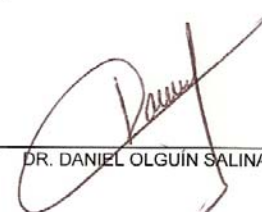
**MAESTRO EN CIENCIAS**


Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

**LA COMISION REVISORA**

Director de tesis


  
DR. PABLO GÓMEZ ZAMORANO

  
DR. DANIEL OLGUÍN SALINAS

  
DR. RICARDO OCTAVIO MOTA PALOMINO

  
M. EN C. GUSTAVO VILLA CARAPIA

  
M. EN C. GILBERTO ENRIQUEZ HARPER

  
M. EN C. JESUS REYES GARCÍA

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO

  
DR. JAIME ROBLES GARCÍA

  
SECCION DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACION



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL**  
COORDINACION GENERAL DE POSGRADO E INVESTIGACION

***CARTA CESION DE DERECHOS***

En la Ciudad de México, Distrito Federal, el día **21** del mes **Junio** del año 2006, el que suscribe **Ing. Arellano Recillas María del Pilar** alumno del Programa de **Maestría en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Eléctrica** con número de registro **B031504**, adscrito a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la E.S.I.M.E., Unidad Zacatenco, manifiesta que es autor intelectual del presente Trabajo de Tesis bajo la dirección del **Dr. Pablo Gómez Zamorano** y la co-dirección del **Dr. Ricardo O. Mota Palomino** cede los derechos del trabajo intitulado: **Evaluación de sobretensiones por maniobra en la restauración de sistemas de transmisión aplicando un método en dominio de la frecuencia**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor, director y/o co-director del trabajo.

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Arellano Recillas María del Pilar  
Nombre y firma

---

---

## Resumen

En este trabajo se presenta un método en dominio de la frecuencia que emplea la Transformada Numérica de Laplace (TNL) para el análisis de sobrevoltajes que se producen al energizar las líneas de sistemas de transmisión. Se recurre al Principio de Superposición para modelar el cierre de interruptores; así como el método de reducción de Kron para simplificar los nodos inactivos de la red; reduciendo considerablemente el tiempo de análisis (y obteniendo los mismos resultados que al considerar una red completa).

El método se aplica para proponer una secuencia de rearmado de un sistema de transmisión longitudinal, de acuerdo a los sobrevoltajes máximos que se presentan en cada etapa del restablecimiento. Se presentan varias aplicaciones a casos prácticos comparando los resultados con los que se obtienen en el dominio del tiempo empleando el programa comercial ATP.

---

---

## Abstract

In this work a frequency domain method is described, using the Numerical Laplace Transform (NLT) to analyze overvoltages produced when transmission lines are energized. To model switch closures, the method makes use of the Superposition Principle; and Kron's reduction method is used to simplify inactive network nodes, minimizing considerably the analysis time and obtaining the same results as with the complete system.

This method is applied to propose a restoration sequence of a specific longitudinal system, from the point of view of maximum overvoltages values that appear in each step of restoration. Several practical applications are presented and results are compared with those obtained simulating in time domain program, ATP.

# Dedicatorias

## **Agradecimientos.**

---

# Contenido

<b>Resumen</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>ii</b>
<b>Dedicatorias</b>	<b>iii</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>iv</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>vii</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>x</b>

## **CAPITULO 1 Introducción**

1.1	Generalidades	1
1.2	Antecedentes	2
1.2.1.	Restauración	2
1.2.2.	Modelos de líneas y métodos que se emplean para el análisis de sobrevoltajes en líneas de transmisión	3
1.3	Planteamiento del programa	6
1.4	Objetivo de la tesis	6
1.5	Justificación	6
1.6	Estructura del trabajo de tesis.	7

## **CAPITULO 2 Modelado de la línea de transmisión**

2.1	Introducción	9
2.2	Parámetros de la línea de transmisión monofásica	9
2.2.1	Impedancia interna del conductor	9
2.2.2	Inductancia geométrica	11
2.2.3	Inductancia debida al retorno por tierra	11
2.2.4	Capacitancia de una línea monofásica	13
2.2.5	Impedancia serie generalizada de la línea de transmisión	13
2.2.6	Admitancia en derivación generalizada de la línea de transmisión	13
2.3	Solución de las ecuaciones del telegrafista de una línea monofásica en el dominio de la frecuencia	14



2.4	Modelo de dos puertos de la línea de transmisión monofásica en dominio de la frecuencia	16
2.4.1	Matriz de transferencia	16
2.4.2	Modelo de matriz de admitancia o forma nodal (Ybus)	18
2.5	Parámetros de la línea de transmisión multiconductora	19
2.5.1	Matriz de impedancia serie generalizada	19
2.5.2	Matriz de admitancia en derivación generalizada	21
2.5.3	Radio equivalente de un agrupamiento de conductores	21
2.6	Solución de las ecuaciones del telegrafista para una línea multiconductora en el dominio de la frecuencia	22
2.6.1	Línea ideal	22
2.6.2	Línea real	24
2.6.2.1	Modos de propagación de corrientes	27
2.6.2.2	Matrices de impedancia y admitancia modales	28
2.7	Modelos de dos puertos para una línea multiconductora	29
2.7.1	Matriz de transferencia	29
2.7.2	Modelo de matriz de admitancia o forma nodal (Ybus)	31

### **CAPITULO 3 Transitorios por maniobra en sistemas de transmisión**

3.1	Introducción	33
3.2	Clasificación de transitorios electromagnéticos	33
3.3	Transformada de Laplace	35
3.3.1	Análisis de sistemas lineales en el dominio de la frecuencia	35
3.3.2	Errores en la inversión de la transformada de Laplace	36
3.3.2.1	Errores por truncamiento	36
3.3.2.2	Ventana de Hamming	37
3.3.2.3	Discretización de funciones	39
3.3.2.4	Factor de amortiguamiento	40
3.4	Transformada numérica de Laplace	40
3.4.1	Transformada inversa	40
3.4.2	Transformada directa	42
3.5	Modelado de interruptores	42
3.5.1	Simulación de apertura de interruptores	42
3.5.2	Simulación de cierre de interruptores	43
3.5.3	Respuesta total del sistema – Principio de superposición	46

---

3.6	Redes equivalentes	47
3.7	Ejemplos de Aplicación	47
3.7.1	Caso de estudio 1. Energización secuencial de una línea trifásica	47
3.7.2	Energización de un sistema de potencia usando redes equivalentes	51
3.8	Conclusiones	52
<b>CAPITULO 4 Análisis de sobrevoltajes en la restauración de un sistema de potencia</b>		
4.1	Introducción	53
4.2	Estudios de Restauración	53
4.2.1	Estudios involucrados en el proceso de restauración	53
4.2.2	Secuencia general de restauración	54
4.2.3	Tipos de restauración	54
4.2.4	Problemas durante el proceso de restauración	54
4.3	Energización de líneas en el rearmado de un sistema de potencia	55
4.3.1	Datos del sistema de estudio	55
4.3.2	Obtención de datos para estudio de sobrevoltajes	58
4.3.3	Pruebas y Resultados	59
4.3.3.1	Energización de las líneas de transmisión	59
4.3.3.2	Secuencia de rearmado del sistema tipo	63
4.3.3.3	Efecto de la compensación	66
4.3.3.4	Restauración completa del sistema	67
4.4	Conclusiones	70
4.4.1	Ventajas de la herramienta computacional desarrollada	70
4.4.2	Restricciones de la herramienta computacional desarrollada	70
4.4.3	Conclusiones de resultados obtenidos	71
<b>CAPITULO 5 Conclusiones</b>		
5.1.	Resumen de resultados	72
5.2.	Aportaciones	73
5.3.	Recomendaciones para trabajos futuros	73
<b>Referencias</b>		74
<b>Apéndice A</b>		78
<b>Apéndice B</b>		80

---



---



---

## Índice de Figuras

<b>Figura 2.1</b>	Distribución de la corriente ante diferentes frecuencias de excitación diferentes	10
<b>Figura 2.2</b>	a) Esquema de corrientes de retorno por tierra de una línea monofásica b) Método de imágenes para cálculo de inductancia geométrica	12
<b>Figura 2.3</b>	Método de imágenes considerando profundidad de penetración compleja	12
<b>Figura 2.4</b>	Impedancia serie y admitancia en derivación generalizadas de una línea monofásica	14
<b>Figura 2.5</b>	Diagrama de la línea de transmisión para obtener el modelo de matriz de transferencia	17
<b>Figura 2.6</b>	Modelo de matriz de transferencia de una línea monofásica	18
<b>Figura 2.7</b>	Modelo de la matriz de admitancia de una línea monofásica	18
<b>Figura 2.8</b>	a) Método de imágenes para el cálculo de la inductancia geométrica b) Método de imágenes para el cálculo de la inductancia debido al retorno por tierra	20
<b>Figura 2.9</b>	Arreglos geométricos de agrupamientos de 2, 4 y 8 conductores por fase	22
<b>Figura 3.1</b>	a) Gráfica de $f(t)$ . b) Gráfica de $h(t)$ . c) Convolución de $f(t)$ y $h(t)$ . Se observa el fenómeno de Gibbs	38
<b>Figura 3.2</b>	Ventana de Hamming	38
<b>Figura 3.3</b>	Representación de $f_1(t)$ como una serie de encimamientos de $f(t)$ y sus desplazamientos	40
<b>Figura 3.4</b>	Simulación de la apertura de un interruptor	43
<b>Figura 3.5</b>	Simulación del cierre de un interruptor	44
<b>Figura 3.6</b>	Voltaje en las terminales de un interruptor antes y después del cierre	45
<b>Figura 3.7</b>	Fuente de corriente equivalente a la fuente de voltaje $V_{INT}$	45

---



---

---

<b>Figura 3.8</b>	Arreglo de conductores de la línea del caso de estudio 1	48
<b>Figura 3.9</b>	Diagrama trifilar del caso de estudio 1	48
<b>Figura 3.10</b>	Voltajes en nodo emisor de la línea de la figura 3.9	49
<b>Figura 3.11</b>	Voltajes en nodo receptor de la línea de la figura 3.9	49
<b>Figura 3.12</b>	Voltaje en la fase B del nodo emisor de la línea de la figura 3.9	50
<b>Figura 3.13</b>	Voltaje en la fase B del nodo receptor de la línea de la figura 3.9	50
<b>Figura 3.14</b>	Diagrama unifilar del sistema para ejemplificar el uso de redes equivalentes	51
<b>Figura 3.15</b>	Voltajes en el nodo 6 de la red de la figura 3.14	52
<b>Figura 4.1</b>	Diagrama unifilar del sistema en estudio	56
<b>Figura 4.2</b>	Diagrama esquemático del sistema en estudio	57
<b>Figura 4.3</b>	Configuración de la línea de transmisión	58
<b>Figura 4.4</b>	Tiempos de cierre de los interruptores	59
<b>Figura 4.5</b>	Sobrevoltajes en extremo abierto de la línea LT2. Datos de simulación idénticos en ATP y TNL	61
<b>Figura 4.6</b>	Sobrevoltaje máximo en extremo abierto de la línea LT2. Datos de simulación idénticos en ATP y TNL	61
<b>Figura 4.7</b>	Sobrevoltajes en extremo abierto de la línea LT2. Diferente $\Delta t$ en ATP y TNL	62
<b>Figura 4.8</b>	Sobrevoltaje máximo en extremo abierto de la línea LT2. Diferente $\Delta t$ en ATP y TNL	62
<b>Figura 4.9</b>	Cambio del valor de la admitancia nodal del circuito PI equivalente para líneas largas	63
<b>Figura 4.10</b>	Variación del factor de atenuación de la magnitud de la onda	64
<b>Figura 4.11</b>	Corriente de corto circuito de la fuente de excitación para cada maniobra	64

---

---

---

<b>Figura 4.12</b>	Sobrevoltajes máximos en los extremos abiertos de las líneas de transmisión realizando diferentes secuencias de rearmado del sistema tipo	65
<b>Figura 4.13</b>	Efecto de la compensación	66
<b>Figura 4.14</b>	Energización de la línea 3 desde el nodo 4. Comparación de resultados realizando la restauración por partes con la restauración completa	67
<b>Figura 4.15</b>	Energización de la línea 1 desde el nodo 2. Comparación de resultados realizando la restauración por partes con las restauración completa	68
<b>Figura 4.16</b>	Secuencia de rearmado	69

---

## Lista de Tablas

<b>Tabla 1.1</b>	Clasificación de rangos de frecuencias	1
<b>Tabla 3.1</b>	Clasificación de transitorios electromagnéticos	34
<b>Tabla 4.1</b>	Relación de valores de KV y fracciones de valores en por unidad	66

# Capítulo 1 Introducción

## 1.1 Generalidades

Un transitorio eléctrico se define como un cambio repentino en la distribución de energía electromagnética de un sistema. Los transitorios son causados por cambios en las condiciones de la red, por ejemplo: la apertura o cierre de un interruptor para desconectar o conectar parte del sistema; fallas en el equipo; descargas atmosféricas, etc. [1, 2, 3]

A pesar de que los transitorios eléctricos tienen una duración muy pequeña (del orden de micro a milisegundos) pueden provocar daños severos al sistema; por ello es de gran importancia su estudio para el diseño de los equipos, ajuste en las protecciones y estudio de coordinación de aislamiento.

En la tabla 3.1 se muestra una relación del origen de los transitorios y el rango de frecuencias relacionados a los mismos. La representación individual de los elementos del sistema debe corresponder a un rango de frecuencias específico de acuerdo al fenómeno transitorio en estudio; en tabla 1.1 se muestra la clasificación, en grupos, de los rangos de frecuencias de estos fenómenos.

Tabla 1.1 Clasificación de rangos de frecuencias

Grupo	Rango de frecuencia para el modelado	Tipos de onda	Fenómeno que originan
I	0.1 Hz – 3 kHz	Ondas de baja frecuencia	Sobrevoltajes temporales
II	50/60 Hz – 30 kHz	Ondas de frente lento	Sobrevoltajes por maniobra de interruptores
III	10 kHz – 3 MHz	Ondas de frente rápido	Sobrevoltajes por descargas atmosféricas
IV	100 kHz – 50 MHz	Ondas de frente muy rápido	Sobrevoltajes por recierre

Los transitorios electromagnéticos también se pueden clasificar por su origen como:

- Externos, debidos a descargas atmosféricas.
- Internos, causados por maniobra de interruptores y fallas en la red.

Se sabe que las sobretensiones de origen interno dependen del voltaje del sistema; mientras que las sobretensiones de origen externo no son función de éste. Lo anterior da lugar a que en



---

---

sistemas de distribución, las sobretensiones de origen externo sean determinantes para estudios de coordinación de aislamiento; mientras que para sistemas de alto y extra alto voltaje, las sobretensiones de origen interno son las de mayor importancia.

Las sobretensiones en sistemas de transmisión se comportan como ondas viajeras en las líneas o cables y sus oscilaciones dependen de la interacción de energía entre inductores y capacitores del sistema, así como de las impedancias características y los tiempos de viaje de la onda en las líneas de la red.

## 1.2 Antecedentes

### 1.2.1 Restauración

Cuando ocurren fallas de cualquier índole en el sistema eléctrico, puede ser que gran parte de éste quede fuera de servicio; por lo que aparece la necesidad de restaurarlo en el menor tiempo posible, con la mínima cantidad de operaciones y daños al equipo.

Debido a que las características de cada sistema por restaurar son diferentes no, existe un plan específico de rearmado, sin embargo, se ha llegado a una secuencia de rearmado general que engloba cinco etapas mencionadas en la sección 4. 2.2 [4, 5, 6].

El problema de restablecimiento es un proceso multi-objetivo y multi-etapa. Actualmente, la herramienta más importante con la que se cuenta para rearmar una red es la experiencia del operador del sistema; quien para tomar decisiones debe contar con resultados de análisis especializados de la operación de la red en cada etapa; para ello se tienen herramientas analíticas (como simuladores o emuladores), A continuación se enlistan algunos de estos programas [7, 8]:

- *Programa de Flujos de Potencia (PF)*. Ayuda a determinar el punto de operación inicial del sistema, el control de sobrevoltaje sostenido, el balance de potencia reactiva, los límites térmicos de línea y transformadores.
- *Programa de estabilidad transitoria (TS)*. Es auxiliar para valorar la estabilidad del sistema, el desprendimiento de carga por baja frecuencia, el esquema de aislamiento por baja frecuencia, el aislamiento intencional, la operación de relevadores fuera de paso.
- *Programa de estabilidad dinámica a largo plazo (LD)*. Con él se puede establecer las condiciones de operación de los generadores, el torque de los primo-motores, la respuesta a la frecuencia de los primo-motores, el control de frecuencia de carga.
- *Programa de transitorios electromagnéticos (EMTP)*. Con su uso se pueden conocer los voltajes de resonancia armónica son oscilatorios y no amortiguados (TOV) de

---

---

larga duración, los sobrevoltajes al conectar, desconectar equipo o liberar fallas útil para la coordinación de aislamiento.

- *Programa de ángulo de fase (SPA)*. Ayuda a determinar la diferencia de ángulos entre plantas generadoras, y el ajuste de relevadores de chequeo de sincronismo.

Ahora bien, las herramientas antes mencionadas son usadas por separado; sin embargo, se ha tenido la intención de realizar una herramienta computacional que sea empleada como auxiliar, única y específicamente para la restauración de cualquier sistema; entre estas ideas se encuentran [5, 6, 9, 10, 11, 12]:

- *La creación de un sistema experto*, que sea flexible a cambios y dé información resumida del estado del sistema, para que el operador pueda tomar decisiones. Se ha pensado en la modificación del EMS (Emergency Management System).
- *El desarrollo de un programa interactivo de flujos de potencia*, combinado con un simulador de dinámica de largo plazo (no disponible aún) y programas de trayectorias.
- *El uso del CPM (critical path method - método de trayectoria crítica)*, que puede ser usado para planeación, programación y evaluación de la restauración; reconociendo actividades individuales de restauración, las relaciones entre ellas y su duración.
- *El uso de algoritmos genéticos* en una herramienta computacional que determine la restauración de sistemas de potencia en estado estacionario, para implementar técnicas de optimización inteligente y de busca heurística.

La realización de maniobras erróneas son las causas más frecuentes que provocan retraso en el rearmado del sistema, así como daño al equipo, debido a los severos transitorios electromagnéticos que se producen. Entre estas maniobras se incluye la energización de líneas de transmisión largas [7, 13, 14, 15].

### **1.2.2 Modelos de líneas y métodos que se emplean para el análisis de sobrevoltajes en líneas de transmisión**

Los sobrevoltajes que surgen al energizar líneas de transmisión han sido estudiados con diferentes métodos. En sus inicios los métodos gráficos fueron los que dieron la pauta para comprender el fenómeno físico a través de la teoría de ondas viajeras, empleando los conceptos de impedancia característica, coeficientes de reflexión y de transmisión.

El método gráfico más conocido es el de Bewley también conocido como diagrama de celosías (lattice); originalmente fue creado para resolver problemas en las tuberías de agua y por analogía al flujo de potencia eléctrica se adaptó para análisis de sobrevoltajes y sobrecorrientes en sistemas eléctricos de potencia; por sus limitaciones sólo se realizaba el estudio con cargas resistivas y líneas sin pérdidas [16]. Después apareció el método de

---

Weedy, variante del de Bewley, en él se usan tablas para relacionar las conexiones entre nodos y los valores de tiempo de viaje de onda, coeficientes de reflexión y refracción [17].

Otro método gráfico es el de Bergeron, donde se considera la línea sin pérdidas y sin distorsión, es decir, considera la relación lineal y constante que existen entre tensión y corriente (impedancia característica de la línea); la onda no cambia de magnitud durante su recorrido en una línea sino hasta el momento en que llega a un punto o nodo de transición. Este método fue aplicado a estudios con elementos no lineales y cargas no resistivas [18].

Con la aparición de computadoras analógicas se creó el *Analizador Transitorio de Redes (TNA- Transient Network Analyzer)*, un simulador analógico donde se recurre al uso de elementos con parámetros concentrados para simular a escala fenómenos que ocurren en el sistema. La ventaja de este simulador es que los efectos del transitorio se analizan en forma inmediata. La incorporación de microprocesadores, interruptores electrónicos, demás elementos de mando y control hizo de estos analizadores una valiosa herramienta. Sin embargo, con la aparición de computadoras digitales este tipo de simuladores han perdido auge [1].

Los primeros estudios con simulación digital, relacionados a los sobrevoltajes en líneas de transmisión, fueron realizados a principio de los años 60 empleando las técnicas de Bewley y el método de Bergeron. La extensión a redes multinodo con parámetros concentrados y distribuidos, así como elementos no lineales, fue hecha por H.W. Dommel [19]; esto dio origen al ElectroMagnetic Transients Program (EMTP) [20]. Posteriormente surgieron versiones alternas como el “Alternative Transient Program” (ATP) implementado por S. Meyer en 1974 y el “ElectroMagnetic Transients for Direct Current” (EMTDC) desarrollado inicialmente en el Centro de Investigación de Corriente Directa de la Universidad de Manitoba por D. Woodford en 1975.

Dommel combinó el método de Bergeron y la regla trapezoidal, por su simplicidad y estabilidad numérica. El método consiste en relacionar las ecuaciones de línea de transmisión y las expresiones de corriente de rama de las terminaciones de línea. Dommel hace uso de la factorización triangular, solución útil de redes de tamaño arbitrario en una forma muy simple.

Varias modificaciones fueron propuestas para incorporar en el algoritmo básico la posibilidad de resolver redes con elementos no lineales [21]. Estas modificaciones estaban basadas en la representación con fuentes de corriente, una aproximación lineal y el método de compensación.

Los modelos más precisos en cálculos transitorios son aquellos que tienen en cuenta la naturaleza distribuida de los parámetros y su dependencia con la frecuencia.

Los primeros modelos de líneas monofásicas con parámetros dependientes de la frecuencia fueron desarrollados a principio de los años 70, por Budner y Snelson [22, 23], en ellos se proponen funciones de ondas viajeras hacia delante y hacia atrás, las cuales contienen convoluciones, así como fuentes de historia.

---

Meyer y Dommel, en 1974, aplicaron la técnica desarrollada por Snelson en el EMTP [24]. Las convoluciones se resuelven numéricamente utilizando la regla de integración trapezoidal. Un año después, Semlyen y Dabuleanu plantearon la solución recursiva de las convoluciones [25]. Además, el método fue aplicado a líneas multiconductoras haciendo uso del análisis modal, considerando matrices de transformación modal reales y constantes.

A principios de los 80, J. Martí desarrolló un modelo se representa la impedancia característica de la línea para un rango completo de frecuencias [26]. La impedancia característica y la función de propagación se representan con funciones racionales, cuyos polos y ceros se obtienen con el método de Bode. En un inicio, este modelo consideraba matrices de transformación reales y constantes. En 1998, Gustavsen y Semlyen propusieron el estudio directo en dominio de fases de la matriz de admitancia característica y la función de propagación y con técnica denominada Ajuste Vectorial, todos los elementos de cada columna de la matriz se ajustan racionalmente usando los mismos polos [27].

Los modelos anteriores, se basan en análisis en dominio del tiempo, por lo tanto en los cálculos se llevan a cabo aproximaciones que pueden producir errores en el análisis de sistemas altamente dependientes de la frecuencia. Por otra parte, con las técnicas en el dominio de la frecuencia la dependencia frecuencial de los parámetros de las líneas de transmisión se puede tomar en cuenta de manera muy sencilla. Los primeros trabajos, aplicando estas técnicas, fueron presentados por S. J. Day, et al. [28] y L. M. Wedepohl [29] y se fundamentan en la evaluación numérica de la Transformada de Laplace para obtener la respuesta en frecuencia. La implementación del algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (TRF) [30] produjo un gran avance en la eficiencia de la computación numérica de la Transformada de Laplace.

Como los métodos en el dominio de la frecuencia requieren que el sistema sea lineal e invariante en el tiempo, éstos presentan dificultades en su aplicación cuando existen cambios en la topología de la red o elementos no lineales. Sin embargo, en estudios recientes se ha mostrado que el uso principio de superposición para modelar maniobras y elementos no lineales es un método efectivo para análisis en dominio de la frecuencia [32, 33].

La simulación de procesos transitorios electromagnéticos en sistemas de potencia requiere generalmente la representación detallada de solo una pequeña parte del sistema. Con el objetivo de reducir el tamaño de la red y el tiempo de cálculo, preservando la precisión de cálculo, en dominio del tiempo los equivalentes representan aquellas partes para las que no es necesario un modelo detallado [31]. En estudios en dominio de la frecuencia, se hace uso de las reducciones de Kron para representar equivalentes, obteniendo resultados idénticos entre las redes completas y redes con equivalentes [34].

---

### 1.3 Planteamiento del problema

Actualmente, el operador encargado de realizar la restauración de un sistema, para tomar decisiones, requiere de la información de resultados de diversos análisis. Esta información está constituida principalmente por estudios en estado estacionario; respecto a los sobrevoltajes provocados al energizar líneas sólo se cuenta con la experiencia del operador. Sin embargo, estos sobrevoltajes son de gran magnitud y dañan al equipo, por lo que han influido en el retroceso del rearmado del un sistema en muchas ocasiones.

La dependencia frecuencial de los parámetros de las líneas de transmisión es un factor importante en el estudio de sobrevoltajes. En los análisis en el dominio del tiempo se hacen aproximaciones que pueden producir errores en sistemas altamente dependientes de la frecuencia. Si estos métodos se aplican a sistemas de gran tamaño, como en el caso de estudio de secuencias de rearmado, los errores aumentarán cuando se consideren equivalentes (en dominio del tiempo) para representar subsistemas.

### 1.4 Objetivo de la tesis

De lo anterior, los objetivos principales de la tesis son:

- Proponer un método de análisis que pueda ser empleado para determinar el comportamiento de los sobrevoltajes máximos que se presenten al energizar cada línea de un sistema que se restaura.
- Plantear un método de análisis para representar equivalentes de subredes con e fin de tener la posibilidad de analizar redes de gran tamaño.
- Sugerir una secuencia de rearmado de un sistema específico, considerando únicamente los sobrevoltajes transitorios al energizar las líneas de transmisión del mismo.

### 1.5 Justificación

Como se mencionó en el punto 1.2.1, para realizar la restauración de un sistema de potencia, se necesitan diversos análisis; para llevar a cabo éstos, existen herramientas especializadas que se usan por separado, los cuales por su mismo grado de exactitud llegan a ser complejas en su manejo y más aún en un momento de presión como lo es el proceso de restauración.

Este proyecto tiene sus orígenes en la idea de crear, en un futuro, un sistema experto que se emplee como auxiliar durante los procesos de restauración; para que propongan secuencias de rearmado al operador. Se piensa que esta herramienta deberá contar con diversos módulos de análisis, uno de los cuales será el de análisis de sobrevoltajes debidos a la energización de líneas de transmisión. Por ello, es necesario alcanzar los objetivos planteados en el punto

---

---

## 1.6 Estructura del trabajo de tesis.

El capítulo 1 está conformado por la presente introducción.

En el capítulo 2, “Modelado de líneas de transmisión”, se describe la manera en que se calculan los parámetros de la línea; incluso aquellos que son dependientes de la frecuencia como la resistencia y la inductancia; las cuales son funciones del efecto piel y las corrientes circulantes presentes en el plano tierra. Teniendo los parámetros se determinan la impedancia serie y admitancia en derivación por unidad de longitud. Otros temas incluidos son la solución en dominio de la frecuencia de las ecuaciones del telegrafista y la obtención del modelo de matriz de admitancias de la línea partiendo de la matriz de transferencia. El análisis antes descrito se obtiene tanto para una línea monofásica como para una multiconductora, donde para la solución de las ecuaciones del telegrafista se emplea la transformación modal debido por el acoplamiento entre conductores.

En el capítulo 3 se presenta una clasificación de transitorios electromagnéticos y la teoría básica para realizar estos estudios en dominio de la frecuencia, empleando la Transformada Numérica de Laplace; se describen la función ventana y factor de amortiguamiento utilizados en la tesis, que sirven para minimizar los errores que se producen por truncamiento y por discretización de la señal, respectivamente. Por otra parte, se describe el uso del principio de superposición para modelar las maniobras de interruptores; así como las reducciones de Kron para hacer estudios donde se quieran incluir redes equivalentes de un sistema.

En la última parte de este capítulo se incluyen dos ejemplos de aplicación para ejemplificar el uso de redes equivalentes y la energización secuencial de una línea de transmisión.

En el capítulo 4 se explica, brevemente, en qué consiste el proceso de restauración, los problemas más frecuentes que ocurren y que provocan mayor retraso; así como tipos de rearmado que existen. En este capítulo se dan a conocer los resultados y conclusiones de pruebas realizadas al energizar las líneas de un sistema específico [44]; estas pruebas son:

- Energización de cada una de las líneas de transmisión: cada simulación se realizó en una prueba individual, usando la Transformada Numérica de Laplace (TNL), así como el ATP.
- Rearmado del sistema con tres secuencias diferentes; una de ellas es la que se propone de acuerdo a las características de línea que se conecta y de la potencia de la fuente de excitación desde la cual se energiza.
- Efectos de la compensación en los sobrevoltajes al energizar líneas de transmisión.
- Rearmado del sistema en una sola simulación; comparando los resultados al usar la TNL y el ATP.

---

---

En el capítulo 5 se incluyen las conclusiones generales del trabajo realizado, las aportaciones del mismo y recomendaciones de trabajos futuros.

El apéndice A se presenta el método de reducciones de Kron para eliminar hilos de guarda y una demostración de la diagonalidad de las matrices  $\mathbf{Z}_m\mathbf{Y}_m$ ,  $\mathbf{Y}_m\mathbf{Z}_m$ . Finalmente, en el Apéndice B se tiene el código del programa que incluye el método descrito en el resumen.

---

## Capítulo 2 Modelado de la línea de transmisión

### 2.1 Introducción

La línea de transmisión para estudios de transitorios electromagnéticos se considera generalmente como un elemento de parámetros distribuidos, como se muestra en la figura 2.4; en cada segmento se tienen cuatro parámetros correspondientes a una unidad de longitud de la línea. Estos parámetros son: resistencia, inductancia, conductancia y capacitancia.

La resistencia ( $R$ ) representa las pérdidas distribuidas a lo largo del conductor, la inductancia ( $L$ ) el flujo magnético debido a la corriente a través del conductor; la capacitancia ( $C$ ) representa la corriente de desplazamiento que fluye entre dos conductores, o bien, entre un conductor y el plano tierra y la conductancia ( $G$ ) la corriente de conducción debida a las pérdidas en el dieléctrico.

La inductancia y la resistencia forman parte de la impedancia serie mientras que la conductancia y capacitancia se incluyen en la admitancia en derivación. La impedancia serie tiene tres componentes la primera debida a la impedancia interna del conductor, la segunda es consecuencia del efecto de retorno por tierra y la tercera es función de la disposición geométrica de los conductores.

En este capítulo se presenta la descripción física y matemática de cada uno de los parámetros de la línea, así como la solución de las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia. También se describen los modelos de dos puertos conocidos como matriz de transferencia y forma nodal [1, 35, 36, 37].

### 2.2 Parámetros de la línea de transmisión monofásica

#### 2.2.1 Impedancia interna del conductor

Esta impedancia se debe al efecto piel, es decir, a la tendencia de la corriente alterna a circular por la superficie del conductor conforme aumenta la frecuencia (Figura 2.1). La profundidad de penetración compleja en la pared del conductor está dada por:

$$p_c = \sqrt{\frac{\rho_c}{j\omega\mu_c}} \quad (2.1)$$

donde:

- $p_c$  profundidad compleja de penetración
- $\rho_c$  resistividad del conductor
- $\omega$  frecuencia angular a la cual circula la corriente



$\mu_c$  permeabilidad del conductor

A frecuencia cero la resistencia del conductor por unidad de longitud se calcula como:

$$R_{cd} = \frac{\rho_c}{A_c} = \frac{\rho_c}{\pi r_c^2} \quad (2.2)$$

donde:

$A_c$  sección transversal del conductor

$r_c$  radio del conductor

Para una corriente de alta frecuencia, el área de la sección transversal por la cual circula la corriente es:

$$A_p = \pi r_c^2 - \pi(r_c - p_c)^2 \quad (2.3)$$

o bien,

$$A_p = 2\pi r_c p_c - \pi(p_c)^2 \quad (2.4)$$

Como la profundidad de penetración compleja tiene valor pequeño el segundo término del lado derecho de la ecuación (2.4) puede despreciarse. Por lo tanto, la impedancia a alta frecuencia es:

$$Z_{HF} \approx \frac{\rho_c}{2\pi r_c p_c} \quad (2.5)$$

De (2.2) y (2.5) la impedancia del conductor puede aproximarse como:

$$Z_c \approx \sqrt{R_{cd}^2 + Z_{HF}^2} \quad (2.6)$$

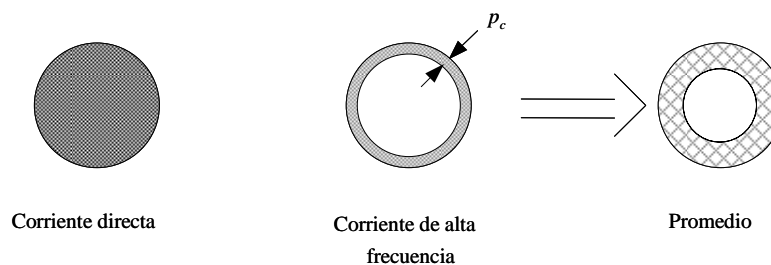


Figura 2.1 Distribución de la corriente ante diferentes frecuencias de excitación diferentes

### 2.2.2 Inductancia geométrica

Para calcular la inductancia debida a la configuración geométrica de la línea se aplica el método de las imágenes. Se asume que el suelo es un conductor perfecto ( $\rho_t = 0$ ) como se observa en la figura (2.2) y se tiene que:

$$L_g = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h-r_c}{r_c}\right) \quad (2.7)$$

Si  $r_c \ll h$ , como en las líneas aéreas, la inductancia geométrica se aproxima a:

$$L_g \approx \frac{\psi}{i} \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h}{r_c}\right) \quad (2.8)$$

### 2.2.3 Inductancia debida al retorno por tierra

Esta inductancia es función del campo magnético producido por las corrientes remolino que se forman en el plano tierra cuando los conductores se someten a una excitación de alta frecuencia.

Las corrientes de retorno por tierra se concentran en un plano ficticio a una distancia  $p_t$  de la superficie, como se muestra en la figura 2.3. Esta distancia es función de la frecuencia a la que varía la excitación del conductor y se conoce como profundidad de penetración compleja, definiéndose como:

$$p_t = \sqrt{\frac{\rho_t}{j\omega\mu_t}} \quad (2.9)$$

donde  $\mu_t$  y  $\rho_t$  son la permeabilidad y resistividad del terreno respectivamente.

El valor de la inductancia considerando  $p_t$  y que  $h \gg r_c$  es:

$$L_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2(h+p_t)}{r_c}\right) \quad (2.10)$$

La expresión anterior comprende el valor de la inductancia geométrica ( $L_g$ ) y la debida al retorno por tierra ( $L_t$ ):

$$L_1 = L_g + L_t \quad (2.11)$$

Despejando ( $L_t$ ) de (2.11) y sustituyendo en la ecuación resultante las expresiones de  $L_g$  y  $L_l$  dadas por (2.8) y (2.10) respectivamente se tiene que:

$$L_t = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2(h + p_t)}{2h}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{p_t}{h}\right) \quad (2.12)$$

Dado que  $p_t$  es compleja, entonces  $L_t$  también lo es; multiplicando este valor por  $j\omega$  se obtiene la impedancia debida al retorno por tierra:

$$Z_t = j\omega L_t = j\omega(a + jb) = -\omega b + j\omega a = R_t + j\omega L_t \quad (2.13)$$

donde:

$$R_t = -\omega b \quad (2.14)$$

$$L_t = a \quad (2.15)$$

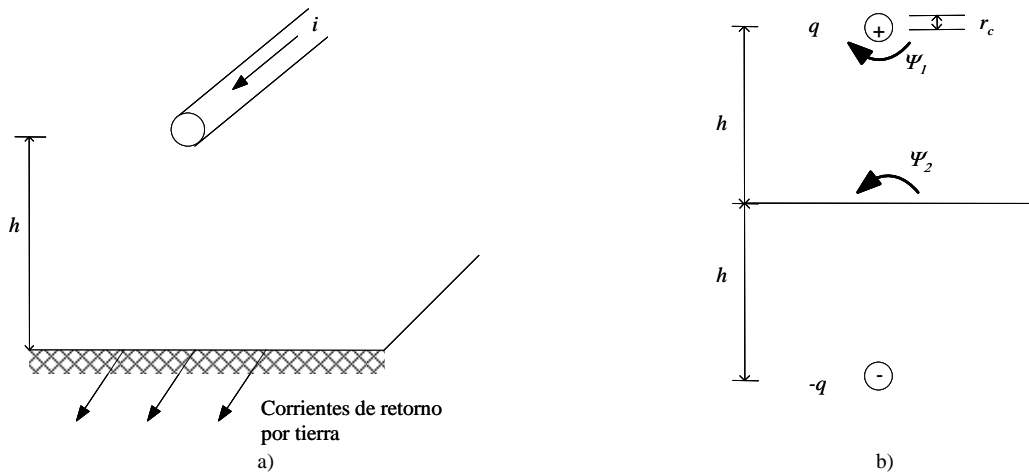


Figura 2.2 a) Esquema de corrientes de retorno por tierra de una línea monofásica.  
b) Método de imágenes para cálculo de inductancia geométrica.

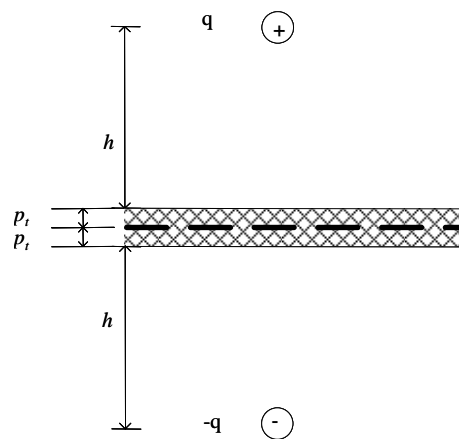


Figura 2.3 Método de imágenes considerando profundidad de penetración compleja

El término  $R_t$  de la ecuación (2.13) representa la resistencia aparente del terreno, es decir, las pérdidas adicionales debido a las corrientes circulantes en la tierra y  $L_t$  representa la inductancia del terreno.

Las expresiones antes mostradas fueron aplicadas originalmente por Gary [35] y han mostrado muy buenos resultados respecto al análisis usando las series Carson [38], pero de manera mucho más sencilla.

#### 2.2.4 Capacitancia de una línea monofásica

De igual forma que para la inductancia, para la capacitancia se aplica el método de imágenes, obteniéndose la siguiente expresión:

$$C \approx \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{2h}{r_c}\right)} \quad (2.16)$$

De tal manera que siempre se debe satisfacer la relación:

$$L_g C = \mu_0 \epsilon_0 \quad (2.17)$$

con  $L_g$  definida en la ecuación (2.8).

#### 2.2.5 Impedancia serie generalizada de la línea de transmisión

La impedancia serie generalizada (o impedancia por unidad de longitud) se ilustra en la figura 2.4 y puede obtenerse a partir de las ecuaciones (2.6), (2.8) y (2.12):

$$Z = Z_g + Z_t + Z_c \quad (2.18)$$

o bien:

$$Z = j\omega(L_g + L_t) + R_t + Z_c \quad (2.19)$$

$$Z = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln\left[\frac{2(h + p_t)}{r_c}\right] + \frac{\rho_c}{2\pi r_c^2 p_c} \sqrt{4p_c^2 + r_c^2} \quad (2.20)$$

#### 2.2.6 Admitancia en derivación generalizada de la línea de transmisión

La admitancia en derivación se muestra en la figura 2.4 y puede definirse como:

$$Y = G + j\omega C \quad (2.21)$$

donde  $G$  es la conductancia por unidad de longitud.

En la mayoría de estudios de líneas aéreas, las pérdidas por dieléctrico (aire) se consideran cero ( $G = 0$ ) porque influyen poco en la precisión del cálculo además de que es difícil determinar su valor ya que depende principalmente de las condiciones climatológicas y la contaminación. Aplicando (2.16):

$$Y = j\omega \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{2h}{r_c}\right)} \quad (2.22)$$

### 2.3 Solución de las ecuaciones del telegrafista de una línea monofásica en el dominio de la frecuencia

Las ecuaciones del telegrafista para líneas monofásicas en el dominio del tiempo se definen como sigue:

$$-\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = Ri(z,t) + L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \quad (2.23)$$

$$-\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = Gv(z,t) + C \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} \quad (2.24)$$

En dominio de la frecuencia las ecuaciones (2.23) y (2.24) se convierten en ecuaciones diferenciales ordinarias y totales:

$$-\frac{dV(z,s)}{dz} = Z(s)I(z,s) \quad (2.25)$$

$$-\frac{dI(z,s)}{dz} = Y(s)V(z,s) \quad (2.26)$$

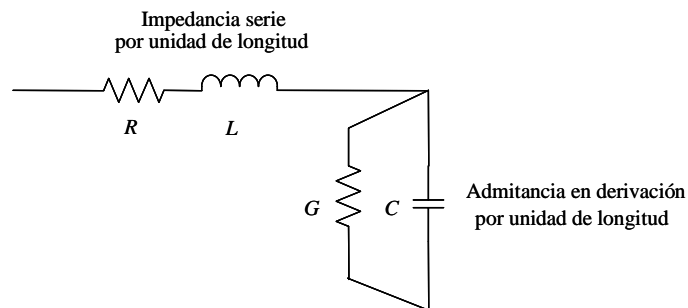


Figura 2.4 Impedancia serie y admitancia en derivación generalizadas de una línea monofásica

donde:

$$Z(s) = R(s) + sL(s) \quad (2.27)$$

$$Y(s) = G(s) + sC(s) \quad (2.28)$$

En forma matricial:

$$-\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} V(z, s) \\ I(z, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -Z(s) \\ -Y(s) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(z, s) \\ I(z, s) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Las ecuaciones acopladas de primer orden definidas en (2.25) y (2.26), pueden convertirse en ecuaciones desacopladas de segundo orden también conocidas como ecuaciones de onda:

$$\frac{d^2 V(z, s)}{dz^2} = Z(s) Y(s) V(z, s) \quad (2.30)$$

$$\frac{d^2 I(z, s)}{dz^2} = Y(s) Z(s) I(z, s) \quad (2.31)$$

Expresando en forma matricial (2.30) y (2.31):

$$\frac{d^2}{dz^2} \begin{bmatrix} V(z, s) \\ I(z, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z(s)Y(s) & 0 \\ 0 & Y(s)Z(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(z, s) \\ I(z, s) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden desacopladas, definidas en (2.32) se hace uso del polinomio característico de cada ecuación, cuyas raíces son:

$$r_{1,2} = \pm\sqrt{ZY} = \pm\sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \pm\gamma = \pm(\alpha + j\beta) \quad (2.33)$$

donde:

$\gamma$  es la constante de propagación de la línea de transmisión

$\alpha$  es la constante de atenuación

$\beta$  es la constante de fase

Se llega a la solución general para el voltaje y la corriente:

$$V(z, s) = C_1 e^{-\gamma z} + C_2 e^{\gamma z} \quad (2.34)$$

$$I(z, s) = C_3 e^{-\gamma z} + C_4 e^{\gamma z} \quad (2.35)$$

Para relacionar las ecuaciones anteriores se deriva respecto a  $z$  la ecuación (2.34):

$$\frac{d}{dz}V(z, s) = -\gamma C_1 e^{-\gamma z} + \gamma C_2 e^{\gamma z} \quad (2.36)$$

La ecuación (2.36) se sustituye en (2.25) y se despeja el valor de la corriente:

$$I(z, s) = Z^{-1}\gamma C_1 e^{-\gamma z} - Z^{-1}\gamma C_2 e^{\gamma z} \quad (2.37)$$

de la ecuación (2.37) se puede definir la admitancia característica de la línea:

$$Y_0 = \frac{\gamma}{Z} = \frac{\sqrt{ZY}}{Z} = \sqrt{\frac{Y}{Z}} \quad (2.38)$$

De (2.38)  $Z_0 = \frac{1}{Y_0} = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$  se le conoce como impedancia característica de la línea.

Reescribiendo (2.37) se obtiene:

$$I(z, s) = Y_0 (C_1 e^{-\gamma z} - C_2 e^{\gamma z}) \quad (2.39)$$

## 2.4 Modelo de dos puertos de la línea de transmisión monofásica en dominio de la frecuencia

### 2.4.1 Matriz de transferencia

Considérese la línea de transmisión mostrada en la figura (2.5). Aplicando las condiciones de frontera ( $z=0, z=l$ ) a las ecuaciones (2.34) y (2.35) pueden obtenerse las expresiones que definen las constantes de integración.

En  $z=0$ :

$$V(0, s) = C_1 + C_2 = V_0 \quad (2.40)$$

$$I(0, s) = Y_0 (C_1 - C_2) = I_0 \quad (2.41)$$

Resolviendo las ecuaciones simultáneas se obtiene:

$$C_1 = \frac{V_0 + Z_0 I_0}{2} \quad (2.42)$$

$$C_2 = \frac{V_0 - Z_0 I_0}{2} \quad (2.43)$$

Para  $z = l$ :

$$V(l, s) = C_1 e^{-\gamma l} + C_2 e^{\gamma l} = V_l \quad (2.44)$$

$$I(l, s) = Y_0 (C_1 e^{-\gamma l} - C_2 e^{\gamma l}) = -I_l \quad (2.45)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.42) y (2.43) en (2.44) y (2.45):

$$V(l, s) = \left( \frac{V_0 + Z_0 I_0}{2} \right) e^{-\gamma l} + \left( \frac{V_0 - Z_0 I_0}{2} \right) e^{\gamma l} \quad (2.46)$$

$$I(l, s) = -Y_0 \left( \frac{V_0 + Z_0 I_0}{2} \right) e^{-\gamma l} + Y_0 \left( \frac{V_0 - Z_0 I_0}{2} \right) e^{\gamma l} \quad (2.47)$$

Reagrupando términos y empleando identidades hiperbólicas, se tiene que:

$$V_l = \cosh(\gamma l) V_0 - Z_0 \sinh(\gamma l) I_0 \quad (2.48)$$

$$I_l = Y_0 \sinh(\gamma l) V_0 - \cosh(\gamma l) I_0 \quad (2.49)$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_l \\ I_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & -Z_0 \sinh(\gamma l) \\ Y_0 \sinh(\gamma l) & -\cosh(\gamma l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

De acuerdo con (2.50), se obtiene la matriz de transferencia que relaciona las variables de un extremo de la línea con el otro y su modelo se muestra en la figura 2.6:

$$\begin{bmatrix} V_l \\ I_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

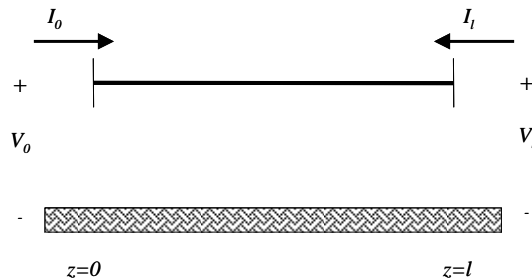


Figura 2.5 Diagrama de la línea de transmisión para obtener el modelo de matriz de transferencia



donde:

$$A = \cosh(\gamma l) \tag{2.52}$$

$$B = -Z_0 \sinh(\gamma l) \tag{2.53}$$

$$C = Y_0 \sinh(\gamma l) \tag{2.54}$$

$$D = -\cosh(\gamma l) \tag{2.55}$$

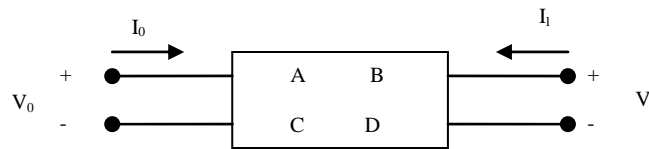


Figura 2.6 Modelo de matriz de transferencia de una línea monofásica

### 2.4.2 Modelo de matriz de admitancia o forma nodal (Ybus)

Partiendo del modelo de matriz de transferencia puede derivarse la forma nodal de la línea dada, cuya representación gráfica se muestra en la figura 2.7. Su expresión matemática es:

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{SS} & -Y_{RS} \\ -Y_{RS} & Y_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

donde:

$$Y_{SS} = Y_{RR} = Y_0 \coth(\gamma l) \tag{2.57}$$

$$Y_{SR} = Y_{RS} = Y_0 \operatorname{csch}(\gamma l) \tag{2.58}$$

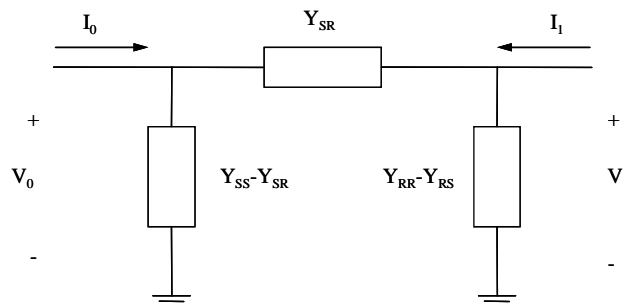


Figura 2.7 Modelo de la matriz de admitancia de una línea monofásica

## 2.5 Parámetros de la línea de transmisión multiconductora

En una línea multiconductora se deben calcular los parámetros propios de cada conductor y entre conductores.

### 2.5.1 Matriz de impedancia serie generalizada

La inductancia propia del  $i$ -ésimo conductor, incluyendo los efectos de la profundidad de penetración compleja se calcula como:

$$L_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{2(h_i + p_i)}{r_i} \right) \quad (2.59)$$

De forma similar al caso monofásico:

$$L_{ii} = L_{g_{ii}} + L_{t_{ii}} \quad (2.60)$$

donde:

$$L_{g_{ii}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{2h_i}{r_i} \right) \quad (2.61)$$

$$L_{t_{ii}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( 1 + \frac{p_i}{h_i} \right) \quad (2.62)$$

La inductancia mutua está dada por:

$$L_{ik} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{D'_{ik}}{d_{ik}} \right) \quad (2.63)$$

Teniéndose que:

$$L_{ik} = L_{g_{ik}} + L_{t_{ik}} \quad (2.64)$$

donde la inductancia geométrica entre conductores es:

$$L_{g_{ik}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{D_{ik}}{d_{ik}} \right) \quad (2.65)$$

y la inductancia mutua debido al retorno por tierra es:

$$L_{t_{ik}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{D'_{ik}}{D_{ik}} \right) \quad (2.66)$$

La distancia entre conductores reales mostrada en la figura (2.8) se define como:

$$d_{ik} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2} \quad (2.67)$$

mientras que la distancia entre un conductor real y un conductor imagen es:

$$D_{ik} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i + y_k)^2} \quad (2.68)$$

y la distancia entre un conductor real y un conductor imagen considerando la profundidad de penetración compleja es:

$$D'_{ik} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i + y_k + 2\rho_i)^2} \quad (2.69)$$

De manera similar al caso monofásico, se tiene que, la matriz de impedancia serie generalizada para una línea multiconductora es:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_g + \mathbf{Z}_t + \mathbf{Z}_c \quad (2.70)$$

o bien,

$$\mathbf{Z} = j\omega(\mathbf{L}_g + \mathbf{L}_t) + \mathbf{R}_t + \mathbf{Z}_c \quad (2.71)$$

donde  $\mathbf{Z}_c$  es una matriz diagonal cuyos valores se calculan de igual manera que en el caso monofásico, ecuación (2.6), pero aplicado a cada conductor del arreglo.

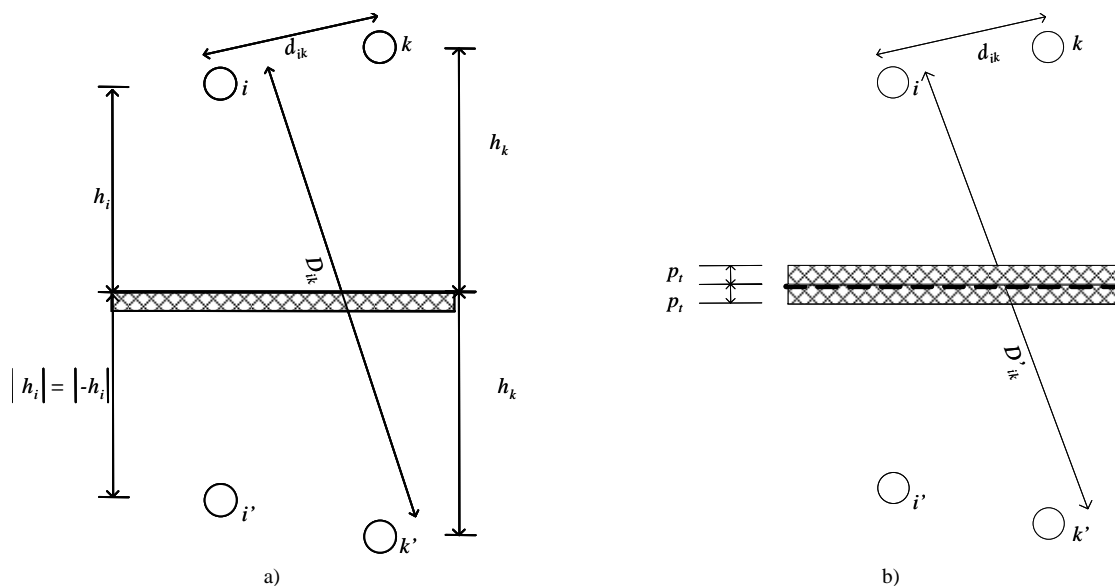


Figura 2.8 a) Método de imágenes para el cálculo de la inductancia geométrica.  
 b) Método de imágenes para el cálculo de la inductancia debido al retorno por tierra

### 2.5.2 Matriz de admitancia en derivación generalizada

La carga del  $i$ -ésimo elemento de la línea de transmisión multiconductora está dada por:

$$q_i = C_{i1}v_1 + C_{i2}v_2 + \dots + C_{in}v_n \quad (2.72)$$

En forma matricial:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C}\mathbf{V} \quad (2.73)$$

De (2.73) puede definirse el voltaje como:

$$\mathbf{V} = \mathbf{P}\mathbf{Q} \quad (2.74)$$

donde  $\mathbf{P}$  es la matriz de coeficientes de Maxwell o de potencial, que se define como,  $\mathbf{P} = \mathbf{C}^{-1}$ .

Se puede definir la expresión de potencial para el  $i$ -ésimo conductor como:

$$P_{ii} = \frac{1}{C} \approx \frac{\ln\left(\frac{2h}{r}\right)}{2\pi\epsilon_0} \quad (2.75)$$

y la expresión para el potencial mutuo como:

$$P_{ik} \approx \frac{\ln\left(\frac{D_{ik}}{d_{ik}}\right)}{2\pi\epsilon_0} \quad (2.76)$$

Entonces la matriz de admitancias en derivación generalizada es:

$$\mathbf{Y} = j\omega\mathbf{C} = j\omega\mathbf{P}^{-1} \quad (2.77)$$

Para una línea multiconductora se debe cumplir:

$$\mathbf{L}_g \mathbf{C} = \mu_0 \epsilon_0 \mathbf{U} \quad (2.78)$$

### 2.5.3 Radio equivalente de un agrupamiento de conductores

Cuando las fases de una línea multiconductora están formadas por  $n$  conductores en haz se puede hacer la aproximación del radio medio geométrico a un radio equivalente de la fase (figura 2.9), como:

$$r_i = R_{eq_i} = \sqrt[n]{nr_{cond_i} (R_{haz})^{n-1}} \quad (2.79)$$

donde:

- $n$  es el número de conductores del empaquetamiento
- $R_{eq_i}$  es el radio equivalente de un agrupamiento de conductores
- $r_{cond_i}$  es el radio uno de los conductores de la fase
- $R_{faz}$  es el radio del agrupamiento

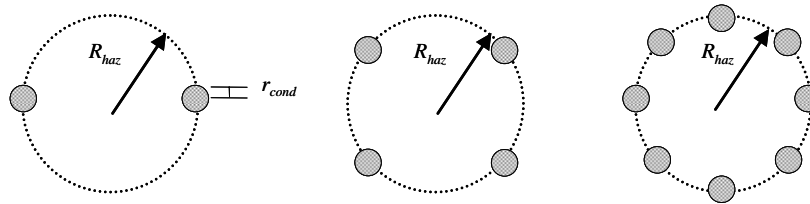


Figura 2.9 Arreglos geométricos de agrupamientos de 2, 4 y 8 conductores por fase

## 2.6 Solución de las ecuaciones del telegrafista para una línea multiconductora en el dominio de la frecuencia

### 2.6.1 Línea ideal

Partiendo de las ecuaciones del telegrafista para una línea multiconductora:

$$-\frac{d\mathbf{V}}{dz} = \mathbf{Z}\mathbf{I} \tag{2.80}$$

$$-\frac{d\mathbf{I}}{dz} = \mathbf{Y}\mathbf{V} \tag{2.81}$$

Se desacoplan de igual manera que en el caso monofásico, obteniendo:

$$\frac{d^2\mathbf{V}}{dz^2} = \mathbf{Z}\mathbf{Y}\mathbf{V} \tag{2.82}$$

$$\frac{d^2\mathbf{I}}{dz^2} = \mathbf{Y}\mathbf{Z}\mathbf{I} \tag{2.83}$$

donde:

- $\mathbf{Z}, \mathbf{Y}$  son las matrices de impedancias y admitancias del arreglo multiconductor, de orden  $n \times n$
- $\mathbf{V}, \mathbf{I}$  son los vectores de voltaje y corriente del arreglo multiconductor, de orden  $n \times 1$

Si la línea es ideal, es decir, sin pérdidas y está transpuesta completamente, entonces  $L_c, L_t, R, G = 0$  y se cumple la siguiente relación:

$$\mathbf{ZY} = \mathbf{YZ} \quad (2.84)$$

Para mostrarlo se tiene que:

$$\mathbf{L}_g \mathbf{C} = \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{U} \quad (2.85)$$

donde:

$\mathbf{L}_g, \mathbf{C}$  son las matrices de inductancias geométricas y capacitancias del arreglo multiconductor, de orden  $n \times n$

$\mathbf{U}$  es la matriz identidad

Por ende:

$$\mathbf{ZY} = (j\omega \mathbf{L}_g)(j\omega \mathbf{C}) = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{U} \quad (2.86)$$

$$\mathbf{YZ} = (j\omega \mathbf{C})(j\omega \mathbf{L}_g) = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{U} \quad (2.87)$$

Aplicando (2.86) y (2.87) en (2.82) y (2.83):

$$\frac{d^2}{dz^2} \mathbf{V} = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{V} \quad (2.88)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} \mathbf{I} = -\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{I} \quad (2.89)$$

De (2.88) y (2.89) se observa que los voltajes y corrientes para cada conductor son independientes de los voltajes y corrientes de los demás conductores ya que no existen acoplamientos en la línea ideal. Aplicando la solución general para una ecuación de segundo orden, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_n \end{bmatrix} e^{-j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}z} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_n \end{bmatrix} e^{j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}z} \quad (2.90)$$

donde  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  son vectores de constantes de integración que se resuelven por separado aplicando las condiciones de frontera.

La velocidad de propagación para todos los conductores tiene el mismo valor:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (2.91)$$

### 2.6.2 Línea real

Para el caso de una línea multiconductora no ideal [39, 36]:

$$\mathbf{ZY} \neq \mathbf{YZ} \quad (2.92)$$

Debido a que:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\omega(\mathbf{L}_g + \mathbf{L}_c + \mathbf{L}_t) \quad (2.93)$$

donde  $\mathbf{L}_c, \mathbf{L}_t$  son las matrices de inductancias internas y de inductancias función del retorno por tierra del arreglo multiconductor y de orden  $n \times n$ .

Dado que  $\mathbf{Z}, \mathbf{Y}$  son matrices simétricas se cumple que:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^t \quad (2.94)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}^t \quad (2.95)$$

De la identidad matricial:

$$[\mathbf{ZY}]^t = \mathbf{Y}^t \mathbf{Z}^t \quad (2.96)$$

Aplicando (2.94) y (2.95) en (2.96):

$$[\mathbf{ZY}]^t = \mathbf{YZ} \quad (2.97)$$

Entonces podemos expresar (2.82) y (2.83) como:

$$\frac{d^2 \mathbf{V}}{dz^2} = \mathbf{A} \mathbf{V} \quad (2.98)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{I}}{dz^2} = \mathbf{A}^t \mathbf{I} \quad (2.99)$$

donde:

$$\mathbf{A} = \mathbf{ZY} \quad (2.100)$$

$$\mathbf{A}^t = \mathbf{YZ} \quad (2.101)$$

Aplicando análisis modal; si  $\mathbf{A}$  es diagonalizable, puede definirse como:

$$\mathbf{A} = \mathbf{M} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{M}^{-1} \quad (2.102)$$

donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de vectores propios y  $\lambda$  es la matriz diagonal de valores propios de  $\mathbf{A}$ .

Sustituyendo (2.102) en (2.98):

$$\frac{d^2 \mathbf{V}}{dz^2} = \mathbf{M} \lambda \mathbf{M}^{-1} \mathbf{V} \quad (2.103)$$

y pre-multiplicando la ecuación (2.103) por  $\mathbf{M}^{-1}$  se obtiene la expresión de ecuaciones de onda modales en dominio de la frecuencia:

$$\frac{d^2}{dz^2} [\mathbf{V}_m] = \lambda \mathbf{V}_m \quad (2.104)$$

donde el vector de voltajes modales es:

$$\mathbf{V}_m = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{V} \quad (2.105)$$

y el vector de voltajes de fase es:

$$\mathbf{V} = \mathbf{M} \mathbf{V}_m \quad (2.106)$$

Como  $\lambda$  es una matriz diagonal, la ecuación (2.104) es un sistema de  $n$  ecuaciones diferenciales desacopladas. Para el  $i$ -ésimo conductor se tiene:

$$\frac{d^2 V_{mi}}{dz^2} = \lambda_i V_{mi} = \gamma_i^2 V_{mi} \quad (2.107)$$

La solución para cada modo tiene la forma de la solución para el caso monofásico:

$$V_{mi}(z, s) = C_{1mi} e^{-\gamma_i z} + C_{2mi} e^{\gamma_i z} \quad (2.108)$$

donde:

$C_{1mi}, C_{2mi}$  son las constantes de integración del modo  $i$

$\gamma_i = \sqrt{\lambda_i} = \alpha_i + j\beta_i$  es la constante de propagación del modo independiente  $i$

Aplicando (2.108) para todos los modos del sistema en forma matricial expandida se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_{m1} \\ V_{m2} \\ \dots \\ V_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 z} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_2 z} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & e^{-\gamma_n z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1m_1} \\ C_{1m_2} \\ \dots \\ C_{1m_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^{\gamma_1 z} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\gamma_2 z} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & e^{\gamma_n z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{2m_1} \\ C_{2m_2} \\ \dots \\ C_{2m_n} \end{bmatrix} \quad (2.109)$$

La ecuación (2.109) en forma compacta es:



$$\mathbf{V}_m(z, s) = e^{-\Gamma z} \mathbf{C}_{1m} + e^{\Gamma z} \mathbf{C}_{2m} \quad (2.110)$$

donde:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\lambda_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_n \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

De manera similar a la ecuación (2.105) los vectores de constantes de propagación modales son:

$$\mathbf{C}_{1m} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_1 \quad (2.112)$$

$$\mathbf{C}_{2m} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_2 \quad (2.113)$$

Sustituyendo (2.105), (2.112) y (2.113) en (2.110):

$$\mathbf{M}^{-1} \mathbf{V} = e^{-\Gamma z} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_1 + e^{\Gamma z} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_2 \quad (2.114)$$

y pre-multiplicando (2.114) por  $\mathbf{M}$  se llega a:

$$\mathbf{V} = \mathbf{M} e^{-\Gamma z} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_1 + \mathbf{M} e^{\Gamma z} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}_2 \quad (2.115)$$

Se aplica ahora el siguiente teorema: “Si  $f(\bullet)$  es una función analítica y  $\mathbf{A}$  es una matriz diagonalizable tal que,  $\mathbf{A} = \mathbf{M} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{M}^{-1}$  con  $\boldsymbol{\lambda}$  diagonal, entonces:

$$f(\mathbf{A}) \equiv \mathbf{M} f(\boldsymbol{\lambda}) \mathbf{M}^{-1}” \quad (2.116)$$

Empleando (2.116) en (2.115) se obtiene la solución de los voltajes en el dominio de fase:

$$\mathbf{V}(z, s) = \left[ e^{-\boldsymbol{\Psi} z} \right] \mathbf{C}_1 + \left[ e^{\boldsymbol{\Psi} z} \right] \mathbf{C}_2 \quad (2.117)$$

donde:

$$e^{(-\boldsymbol{\Psi} z)} = \mathbf{M} e^{(-\Gamma z)} \mathbf{M}^{-1} \quad (2.118)$$

y

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{M} \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{M}^{-1} \quad (2.119)$$

La solución para las corrientes se obtiene despejando  $\mathbf{I}$  de la segunda ecuación del telegrafista:

$$\mathbf{I} = -\mathbf{Z}^{-1} \frac{d\mathbf{V}}{dz} \quad (2.120)$$

Derivando (2.117) respecto a z:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dz} = -\Psi \left[ e^{-\Psi z} \mathbf{C}_1 + e^{\Psi z} \mathbf{C}_2 \right] \quad (2.121)$$

y sustituyendo (2.121) en (2.120):

$$\mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1} \Psi \left[ e^{-\Psi z} \mathbf{C}_1 - e^{\Psi z} \mathbf{C}_2 \right] \quad (2.122)$$

De (2.122) se tiene que la admitancia característica en forma matricial es:

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{Z}^{-1} \Psi \quad (2.123)$$

y

$$\mathbf{Z}_0 = \Psi^{-1} \mathbf{Z} \quad (2.124)$$

La solución para las corrientes en dominio de fase está dada por:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_0 \left[ e^{-\Psi z} \mathbf{C}_1 - e^{\Psi z} \mathbf{C}_2 \right] \quad (2.125)$$

### 2.6.2.1 Modos de propagación de corrientes

Para encontrar los modos de propagación de corrientes desde (2.102) si  $\mathbf{A}^t$  es diagonalizable:

$$\mathbf{A}^t = \mathbf{N} \boldsymbol{\lambda}_t \mathbf{N}^{-1} \quad (2.126)$$

donde:

$\mathbf{N}$  es la matriz de vectores propios de  $\mathbf{A}^t$

$\boldsymbol{\lambda}$  es la matriz diagonal de valores propios de  $\mathbf{A}^t$

Dado que:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z} \mathbf{Y} = \mathbf{M} \boldsymbol{\lambda} \mathbf{M}^{-1} \quad (2.127)$$

entonces:

$$\mathbf{A}^t = \left( \mathbf{M}^{-1} \right)^t \boldsymbol{\lambda}^t \mathbf{M}^t \quad (2.128)$$

Comparando (2.127) con (2.128) se tiene:

$$\boldsymbol{\lambda}_t = \boldsymbol{\lambda} \quad (2.129)$$

$$\mathbf{M}^{-1} = \mathbf{N}^t \quad (2.130)$$

$$\mathbf{M}^t = \mathbf{N}^{-1} \quad (2.131)$$

Para líneas balanceadas o totalmente transpuestas se cumple la igualdad de  $\mathbf{M}^{-1} = \mathbf{M}^t$ , por lo que:

$$\mathbf{M} = \mathbf{N} \quad (2.132)$$

### 2.6.2.2 Matrices de impedancia y admitancia modales

La forma modal de las ecuaciones de voltaje y corriente es:

$$\mathbf{V} = \mathbf{M}\mathbf{V}_m \quad (2.133)$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{N}\mathbf{I}_m \quad (2.134)$$

Sustituyendo (2.133) y (2.134) en (2.80) y (2.81):

$$-\frac{d\mathbf{M}\mathbf{V}_m}{dz} = \mathbf{Z}\mathbf{N}\mathbf{I}_m \quad (2.135)$$

$$-\frac{d\mathbf{N}\mathbf{I}_m}{dz} = \mathbf{Y}\mathbf{M}\mathbf{V}_m \quad (2.136)$$

Despejando  $\mathbf{N}$  de (2.130):

$$\mathbf{N} = (\mathbf{M}^{-1})^t \quad (2.137)$$

Sustituyendo (2.137) en (2.135) y (2.136):

$$-\frac{d\mathbf{M}\mathbf{V}_m}{dz} = \mathbf{Z}(\mathbf{M}^{-1})^t \mathbf{I}_m \quad (2.138)$$

$$-\frac{d(\mathbf{M}^{-1})^t \mathbf{I}_m}{dz} = \mathbf{Y}\mathbf{M}\mathbf{V}_m \quad (2.139)$$

Pre-multiplicando (2.138) y (2.139) por  $\mathbf{M}^{-1}$  y  $\mathbf{M}^t$  respectivamente:

$$-\frac{d\mathbf{V}_m}{dz} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{Z}(\mathbf{M}^{-1})^t \mathbf{I}_m \quad (2.140)$$

$$-\frac{d\mathbf{I}_m}{dz} = \mathbf{M}^t\mathbf{Y}\mathbf{M}\mathbf{V}_m \quad (2.141)$$

Finalmente se obtienen las expresiones de la impedancia y admitancia modales:

$$\mathbf{Z}_m = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{Z} (\mathbf{M}^{-1})^t \quad (2.142)$$

$$\mathbf{Y}_m = \mathbf{M}^t \mathbf{Y} \mathbf{M} \quad (2.143)$$

Las expresiones (2.82) (2.83) quedan como:

$$\frac{d^2 \mathbf{V}_m}{dz^2} = \mathbf{Z}_m \mathbf{Y}_m \mathbf{V}_m \quad (2.144)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{I}_m}{dz^2} = \mathbf{Y}_m \mathbf{Z}_m \mathbf{I}_m \quad (2.145)$$

Las matrices  $\mathbf{Z}_m \mathbf{Y}_m$ ,  $\mathbf{Y}_m \mathbf{Z}_m$  son diagonales. Su demostración se incluye en el apéndice A.

## 2.7 Modelos de dos puertos para una línea multiconductora

### 2.7.1 Matriz de transferencia

Partiendo de las soluciones de voltajes y corrientes:

$$\mathbf{V}(z, s) = [e^{-\Psi z}] \mathbf{C}_1 + [e^{\Psi z}] \mathbf{C}_2 \quad (2.146)$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_0 [e^{-\Psi z} \mathbf{C}_1 - e^{\Psi z} \mathbf{C}_2] \quad (2.147)$$

Se calculan  $\mathbf{C}_1$  y  $\mathbf{C}_2$  aplicando condiciones de frontera. Cuando  $z = 0$ :

$$\mathbf{V}(0, s) = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 = \mathbf{V}_0 \quad (2.148)$$

$$\mathbf{I}(0, s) = \mathbf{Y}_0 (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2) = \mathbf{I}_0 \quad (2.149)$$

Resolviendo las ecuaciones simultáneas (2.148) y (2.149):

$$\mathbf{C}_1 = \frac{\mathbf{V}_0 + \mathbf{Z}_0 \mathbf{I}_0}{2} \quad (2.150)$$

$$\mathbf{C}_2 = \frac{\mathbf{V}_0 - \mathbf{Z}_0 \mathbf{I}_0}{2} \quad (2.151)$$

Para  $x = l$  como en el caso monofásico:

$$\mathbf{V}(l, s) = e^{-\Psi l} \mathbf{C}_1 + e^{\Psi l} \mathbf{C}_2 = \mathbf{V}_l \quad (2.152)$$

$$\mathbf{I}(l, s) = \mathbf{Y}_0 e^{-\Psi l} \mathbf{C}_1 - \mathbf{Y}_0 e^{\Psi l} \mathbf{C}_2 = -\mathbf{I}_l \quad (2.153)$$

Sustituyendo (2.150) y (2.151) en (2.152) y (2.153):

$$\mathbf{V}(l, s) = \frac{1}{2} e^{-\Psi l} (\mathbf{V}_0 + \mathbf{Z}_0 \mathbf{I}_0) + \frac{1}{2} e^{\Psi l} (\mathbf{V}_0 - \mathbf{Z}_0 \mathbf{I}_0) \quad (2.154)$$

$$\mathbf{I}(l, s) = \frac{1}{2} \mathbf{Y}_0 e^{\Psi l} (\mathbf{V}_0 - \mathbf{Z}_0 \mathbf{I}_0) - \frac{1}{2} \mathbf{Y}_0 e^{-\Psi l} (\mathbf{V}_0 + \mathbf{Z}_0 \mathbf{I}_0) \quad (2.155)$$

agrupando términos en función de  $\mathbf{V}_0$  e  $\mathbf{I}_0$  y aplicando identidades hiperbólicas:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_l \\ \mathbf{I}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\Psi l) & -\sinh(\Psi l) \mathbf{Z}_0 \\ \mathbf{Y}_0 \sinh(\Psi l) & -\mathbf{Y}_0 \cosh(\Psi l) \mathbf{Z}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{I}_0 \end{bmatrix} \quad (2.156)$$

Para funciones analíticas se cumple que:

$$\mathbf{Y}_0 f(\Psi) = f'(\Psi) \mathbf{Y}_0 \quad (2.157)$$

$$\mathbf{Z}_0 f(\Psi) = f'(\Psi) \mathbf{Z}_0 \quad (2.158)$$

Aplicando (2.157) y (2.158) en (2.156):

$$\mathbf{V}(l, s) = \cosh(\Psi l) \mathbf{V}_0 - \mathbf{Z}_0 \sinh'(-\Psi l) \mathbf{I}_0 \quad (2.159)$$

$$\mathbf{I}(l, s) = \mathbf{Y}_0 \sinh(-\Psi l) \mathbf{V}_0 - \cosh'(\Psi l) \mathbf{I}_0 \quad (2.160)$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_l \\ \mathbf{I}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\Psi l) & -\mathbf{Z}_0 \sinh'(\Psi l) \\ \mathbf{Y}_0 \sinh(\Psi l) & -\cosh'(\Psi l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{I}_0 \end{bmatrix} \quad (2.161)$$

Finalmente se tiene la matriz de de transferencia de una línea multiconductora:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_l \\ \mathbf{I}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{I}_0 \end{bmatrix} \quad (2.162)$$

donde:

$$\mathbf{A} = \cosh(\Psi l) \quad (2.163)$$

$$\mathbf{B} = -\mathbf{Z}_0 \sinh'(\Psi l) \quad (2.164)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{Y}_0 \sinh(\Psi l) \quad (2.165)$$

$$\mathbf{D} = -\cosh'(\Psi l) \quad (2.166)$$

### 2.7.2 Modelo de matriz de admitancia o forma nodal (Ybus)

Despejando  $\mathbf{I}_0$  de:

$$\mathbf{V}(l, s) = \cosh(\Psi l) \mathbf{V}_0 - \sinh(-\Psi l) \mathbf{Z}_0 \mathbf{I}_0 \quad (2.167)$$

$$\sinh(\Psi l) \mathbf{Z}_0 \mathbf{I}_0 = -\mathbf{V}_l + \cosh(\Psi l) \mathbf{V}_0 \quad (2.168)$$

$$\mathbf{Z}_0 \mathbf{I}_0 = \csc h(\Psi l) [-\mathbf{V}_l + \cosh(\Psi l) \mathbf{V}_0] \quad (2.169)$$

$$\mathbf{I}_0 = \mathbf{Y}_0 \csc h(\Psi l) [-\mathbf{V}_l + \cosh(\Psi l) \mathbf{V}_0] \quad (2.170)$$

o bien,

$$\mathbf{I}_0 = \mathbf{Y}_0 \coth(-\Psi l) \mathbf{V}_0 - \mathbf{Y}_0 \cosh(\Psi l) \mathbf{V}_l \quad (2.171)$$

Sustituyendo (2.171) en (2.160):

$$\mathbf{I}_l = \mathbf{Y}_0 \sinh(\Psi l) \mathbf{V}_0 - \mathbf{Y}_0 \cosh(\Psi l) \mathbf{Z}_0 [\mathbf{Y}_0 \coth(\Psi l) \mathbf{V}_0 - \mathbf{Y}_0 \csc h(\Psi l) \mathbf{V}_l] \quad (2.172)$$

$$\mathbf{I}_l = \mathbf{Y}_0 \sinh(\Psi l) \mathbf{V}_0 - \mathbf{Y}_0 \cosh(\Psi l) \coth(\Psi l) \mathbf{V}_0 + \mathbf{Y}_0 \cosh(\Psi l) \csc h(\Psi l) \mathbf{V}_l \quad (2.173)$$

$$\mathbf{I}_l = \mathbf{Y}_0 \left[ \frac{\sinh^2(\Psi l) - \cosh^2(\Psi l)}{\sinh(\Psi l)} \right] \mathbf{V}_0 + \mathbf{Y}_0 \cot h(\Psi l) \mathbf{V}_l \quad (2.174)$$

$$\mathbf{I}_l = -\mathbf{Y}_0 \csc h(\Psi l) \mathbf{V}_0 + \mathbf{Y}_0 \cot h(\Psi l) \mathbf{V}_l \quad (2.175)$$

Agrupando en forma matricial las ecuaciones (2.171) y (2.175):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_0 \\ \mathbf{I}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{SS} & -\mathbf{Y}_{RS} \\ -\mathbf{Y}_{RS} & \mathbf{Y}_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{V}_l \end{bmatrix} \quad (2.176)$$

donde:

$$\mathbf{Y}_{SS} = \mathbf{Y}_{RR} = \mathbf{Y}_0 \coth(\Psi l) \quad (2.177)$$

$$\mathbf{Y}_{SR} = \mathbf{Y}_{RS} = \mathbf{Y}_0 \csc h(\Psi l) \quad (2.178)$$

De esta forma es más fácil incluir la LT en un sistema eléctrico del cual se haya obtenido la matriz YBUS. Si la LT está entre los nodos  $j$  y  $k$ , entonces:

$$\mathbf{YBUS} = \begin{matrix} & & j & k & & \\ & & \downarrow & \downarrow & & \\ \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & YBUS_{jj} + Y_{SS} & YBUS_{jj} - Y_{SR} & \cdot \\ \cdot & \cdot & YBUS_{kj} - Y_{RS} & YBUS_{kk} + Y_{RR} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \left. \begin{matrix} \leftarrow j \\ \leftarrow k \end{matrix} \right\} \end{matrix} \quad (2.179)$$

---

## Capítulo 3 Transitorios por maniobra en sistemas de transmisión

### 3.1 Introducción

Los transitorios electromagnéticos que se presentan en un sistema de potencia pueden ser resultado de fallas que ocurren en la operación de equipo eléctrico, por cambios repentinos en la configuración del sistema, descargas atmosféricas, fallas de aislamiento, etc. El estudio de transitorios es de gran importancia porque aún cuando su duración es corta los componentes del circuito se someten a gran estrés.

Existen principalmente dos formas de análisis para transitorios electromagnéticos: los métodos en dominio del tiempo y los del dominio de la frecuencia. Los métodos en el dominio del tiempo son los más empleados hasta el momento por la fácil representación de operaciones de maniobra y no linealidades, sin embargo, se incluye la dependencia frecuencial de los parámetros de elementos del sistema usando aproximaciones.

Para el análisis en el dominio de la frecuencia se utilizan generalmente transformaciones de Fourier o Laplace. Por la complejidad de los sistemas no siempre es posible encontrar en tablas la inversa de la solución en el dominio de la frecuencia, y en ese caso se recurre a algoritmos numéricos [27, 40]. En estos métodos la dependencia frecuencial de los parámetros se puede tomar en cuenta de manera muy sencilla y directa. Sin embargo, cuando existen cambios en la topología de la red como en el caso de la maniobra de interruptores, o bien, cuando se incluyen elementos no lineales, se presentan dificultades en su aplicación.

En este capítulo se da como primer tema la clasificación general de los tipos de transitorios que se presentan en un sistema de potencia de acuerdo a los rangos de frecuencias que producen. Se describe posteriormente el algoritmo de la Transformada Numérica de Laplace para el análisis computacional de sistemas de transmisión en el dominio de la frecuencia, así como la aplicación del Principio de Superposición en la energización secuencial de líneas de transmisión. Finalmente se presentan casos de estudio para validar las técnicas empleadas [28, 29, 30, 32, 33, 34].

### 3.2 Clasificación de transitorios electromagnéticos

Un transitorio se define como un cambio repentino en la distribución de energía de un sistema; los transitorios de los sistemas de potencia pueden ser clasificados como [2]:

- Electromagnéticos. Producidos por la interacción de la energía almacenada en los elementos inductivos y capacitivos.
- Electromecánicos. Causados por interacción de la energía mecánica de las máquinas rotatorias y la energía eléctrica del sistema.



Los transitorios electromagnéticos se manifiestan como:

- **Sobretensiones.** Pueden ser causadas por maniobra de interruptores, por condiciones especiales de operación de los sistemas de potencia (sobretensiones temporales), por descargas atmosféricas. Su análisis es útil para determinar el diseño y coordinación de aislamiento.
- **Sobrecorrientes.** Originadas por fallas de aislamiento de los sistemas. Su estudio sirve para determinar la capacidad interruptiva de los interruptores, esfuerzos mecánicos y térmicos de máquinas, transformadores, etc.
- **Fenómenos electromecánicos.** Analizados con estudios de estabilidad transitoria y resonancia subsíncrona.

La mayoría de los transitorios electromagnéticos son de naturaleza oscilatoria, de ahí que se puedan clasificar por su frecuencia de oscilación.

Tabla 3.1 Clasificación de transitorios electromagnéticos

<b>Origen</b>	<b>Rango de frecuencia</b>
Energización de transformadores	0.1 Hz - 1 kHz
Ferromresonancia	
Rechazo de carga	0.1 Hz - 3 kHz
Liberación de fallas	50/60 Hz - 3 kHz
Iniciación de fallas	50/60 Hz - 20 kHz
Energización de líneas	50/60 Hz - 20 kHz
Recierre de líneas	50/60 Hz - 20 kHz
Voltaje transitorio de restablecimiento	50/60 Hz - 20 kHz
Fallas en líneas cortas	50/60 Hz - 100 kHz
Recierre múltiple de circuitos interruptores	1 kHz - 1 MHz
Descargas atmosféricas y Fallas en subestaciones	10 kHz - 3 MHz
Fallas en subestaciones aisladas de gas	100 kHz - 50 MHz

Las sobretensiones producidas por maniobra de interruptores en sistemas de transmisión son más peligrosas que las producidas por descargas atmosféricas debido a que su magnitud es función de la tensión del sistema. Estas sobretensiones se comportan como ondas viajeras en las líneas o cables y sus oscilaciones dependen de la interacción de energía entre inductores y capacitores del sistema, así como de las impedancias características y los tiempos de viaje de las líneas interconectadas. El análisis de estos fenómenos se puede realizar en dominio de la frecuencia como se muestra en la siguiente sección.

### 3.3 Transformada de Laplace

#### 3.3.1 Análisis de sistemas lineales en el dominio de la frecuencia

La relación entre la función de excitación y la función de respuesta de un sistema lineal de parámetros concentrados y coeficientes constantes, con ecuaciones diferenciales se describe como:

$$\frac{d^n b_n(t)f(t)}{dt^n} + \frac{d^{n-1} b_{n-1}(t)f(t)}{dt^{n-1}} + \dots + b_0(t)f(t) = g(t) \quad (3.1)$$

donde:

$g(t)$  es la función de excitación  
 $f(t)$  es la respuesta del sistema ante  $g(t)$

En forma operacional:

$$T(D)f(t) = g(t) \quad (3.2)$$

donde:

$$T(D) = b_n \frac{d^n}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \dots + b_0 \quad (3.3)$$

Cuando los parámetros son dependientes de la frecuencia la expresión (3.2) se convierte en:

$$T(D,t) * f(t) = g(t) \quad (3.4)$$

entonces:

$$T(D,t) = b_n(t) * \frac{d^n}{dt^n} + b_{n-1}(t) * \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \dots + b_0 \quad (3.5)$$

Este tipo de ecuaciones pueden ser resueltas en el dominio de la frecuencia, empleando la transformada de Laplace que se define como:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (3.6)$$

Aplicando la ecuación (3.6) a cada uno de los términos de la ecuación (3.4) se tiene:

$$T(s)F(s) = G(s) \quad (3.7)$$

y la respuesta del sistema en dominio de la frecuencia es:

$$F(s) = T(s)^{-1}G(s) \quad (3.8)$$

Para obtener la solución en el dominio del tiempo, al resultado se la ecuación (3.8) se aplica la inversa de la transformada de Laplace definida como:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st} ds \quad (3.9)$$

como  $s=c+j\omega$ , entonces:

$$F(c+j\omega) = \int_0^{\infty} [f(t)e^{-ct}] e^{-j\omega t} dt \quad (3.10)$$

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(c+j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (3.11)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular y  $c$  es una constante de amortiguamiento.

La respuesta en el dominio del tiempo obtenida desde la ecuación (3.8) es:

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T(s)^{-1} G(s)e^{j\omega t} d\omega \quad (3.12)$$

Si  $c$  es igual a cero, las ecuaciones (3.10) y (3.11) se convierten en:

$$F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (3.13)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (3.14)$$

Las ecuaciones (3.13) y (3.14) son las transformadas de Fourier para  $f(t)$ .

Para aplicaciones computacionales, la solución de la ecuación (3.12) se hace por medio de una evaluación numérica. Sin embargo, debido a la discretización y el truncamiento del espectro de frecuencia se producen errores en la solución [29].

### 3.3.2 Errores en la inversión de la transformada de Laplace

#### 3.3.2.1 Errores por truncamiento

Para mostrar los efectos del truncamiento de la integral de la ecuación (3.12) se considera que  $c=0$ , es decir, se analiza la ecuación (3.14) y para realizar una evaluación numérica se analiza en un rango finito  $[-\Omega, \Omega]$ :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (3.15)$$

Otra manera de representar la ecuación (3.15) es:

$$f'(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) H(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (3.16)$$

donde  $H(\omega)$  es una función ventana que limita el rango infinito:

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & -\Omega < \omega < \Omega \\ 0, & \Omega < \omega < -\Omega \end{cases} \quad (3.17)$$

de (3.16) se puede obtener una nueva función:

$$F'(j\omega) = F(j\omega) H(\omega) \quad (3.18)$$

y por el teorema de convolución:

$$f'(t) = f(t) * h(t) \quad (3.19)$$

Aplicando a  $H(\omega)$  la transformada inversa de Laplace se tienen la función en dominio del tiempo:

$$h(t) = \frac{\Omega}{\pi} \frac{\text{sen}(\Omega t)}{\Omega t} = \frac{\Omega}{\pi} \text{sinc}(\Omega t) \quad (3.20)$$

El efecto del truncamiento del rango de integración produce en el resultado de la convolución oscilaciones conocidas como fenómeno de Gibbs. Para visualizar este fenómeno se supone a  $f(t)$  como una función escalón unitario. La forma de onda obtenida al convolucionar  $f(t)$  y  $h(t)$  se muestra en la figura 3.1.

### 3.3.2.2 Ventana de Hamming

El fenómeno de Gibbs puede ser reducido multiplicando a la función truncada con funciones de peso conocidas como “ventanas” o filtros en el periodo  $T = 2\pi/\Omega$ . De tal manera que se obtiene una función  $f_{\sigma}(t)$  menos oscilatoria que  $f'(t)$ :

$$f_{\sigma}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} f'(t) \sigma(t) dt \quad (3.21)$$

sustituyendo (3.16) en (3.21):

$$f_{\sigma}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{\Omega} F(j\omega)\sigma(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (3.22)$$

La función ventana propuesta por Hamming, mostrada en la figura 3.2, es:

$$\sigma(\omega) = \alpha + (1 - \alpha) \cos\left(\frac{\pi\omega}{\Omega}\right) \quad (3.23)$$

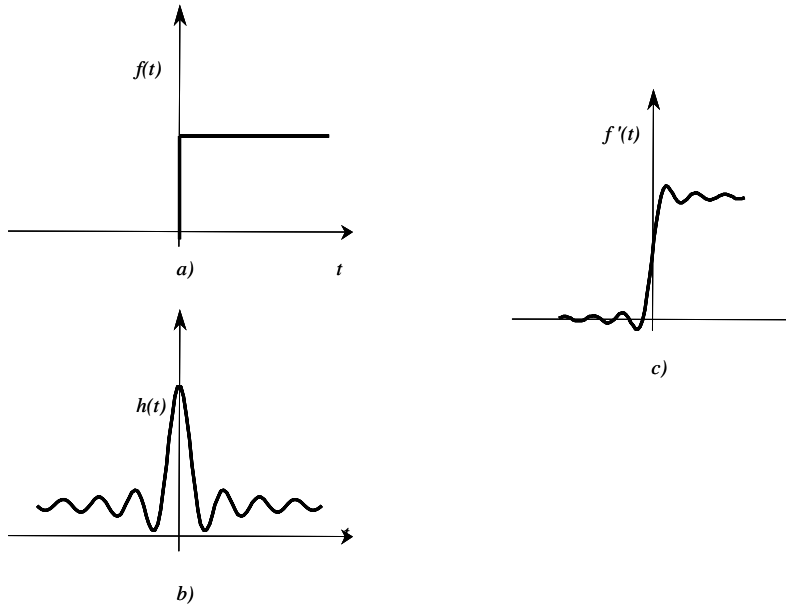


Figura 3.1 a) Gráfica de  $f(t)$ . b) Gráfica de  $h(t)$ .  
c) Convolución de  $f(t)$  y  $h(t)$ . Se observa el fenómeno de Gibbs

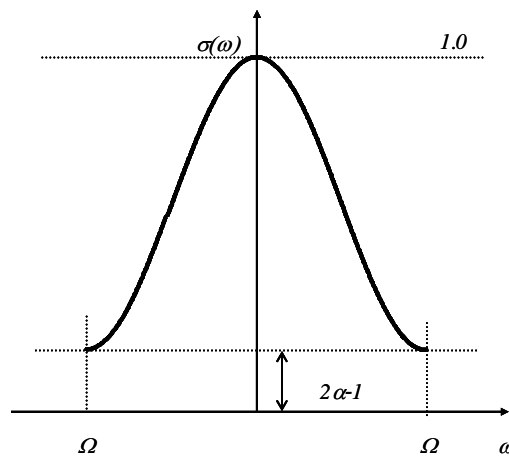


Figura 3.2 Ventana de Hamming.

Si  $\alpha = 0.5$  se tiene la ventana de VonHann o Hanning, cuya expresión es:

$$\sigma(\omega) = \frac{1 + \cos\left(\frac{\pi\omega}{\Omega}\right)}{2} \quad (3.24)$$

Esta ventana proporciona resultados muy satisfactorios en el estudio de fenómenos transitorios [41].

### 3.3.2.3 Discretización de funciones

La discretización de (3.14) sin truncamiento es:

$$f_1(t) = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(jn\Delta\omega)e^{jn\Delta\omega t} \quad (3.25)$$

Con la propiedad de muestreo de un tren de pulsos, se tiene:

$$f_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)G(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (3.26)$$

donde el tren de pulsos es:

$$G(\omega) = \Delta\omega \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\Delta\omega) \quad (3.27)$$

La transformada inversa de Fourier de (3.27) está dada por:

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (3.28)$$

de la definición de la transformada de Fourier y de (3.27):

$$F_1(j\omega) = F(j\omega)G(\omega) \quad (3.29)$$

La aproximación  $f_1(t)$  está dada por la convolución de  $f(t)$  y  $g(t)$ :

$$f_1(t) = f(t) * g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t - nT) \quad (3.30)$$

Considerando que  $f_1(t)$  tiene la forma mostrada en la figura 3.3 se puede ver que esta función es la superposición de  $f(t)$  y sus desplazamientos  $f(t+T)$ ,  $f(t+2T)$ , etc, lo que ocasiona un error

por encimamiento. Para reducir este error se multiplica  $f(t)$  por un factor de amortiguamiento  $e^{-ct}$ , de tal forma que  $f(t)$  tienda a cero para valores de  $t$  mayores al periodo  $T$ .

### 3.3.2.4 Factor de amortiguamiento

La elección apropiada de  $c$  es muy importante para reducir el error por discretización. La función del término  $e^{-ct}$  es amortiguar a  $f(t)$ . Si se elige un valor demasiado grande de  $c$  el término se convierte en un amplificador en la transformada inversa de Laplace y por lo tanto aumentará los errores de Gibbs no eliminados por la ventana, así como los errores de cuantificación. En esta tesis se emplea el valor que D. J. Wilcox [40] sugirió:

$$c = 2\Delta\omega \tag{3.31}$$

## 3.4 Transformada numérica de Laplace

### 3.4.1 Transformada inversa

Si se considera un sistema causal con señales reales, entonces la ecuación (3.11) es:

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} F(c + j\omega) e^{j\omega t} d\omega \right\} \tag{3.32}$$

Tomando un rango de integración finito  $[0, \Omega]$  e incluyendo la función ventana  $\sigma(\omega)$ , se tiene:

$$f(t) \cong \frac{e^{ct}}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\Omega} F(c + j\omega) \sigma(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right\} \tag{3.33}$$

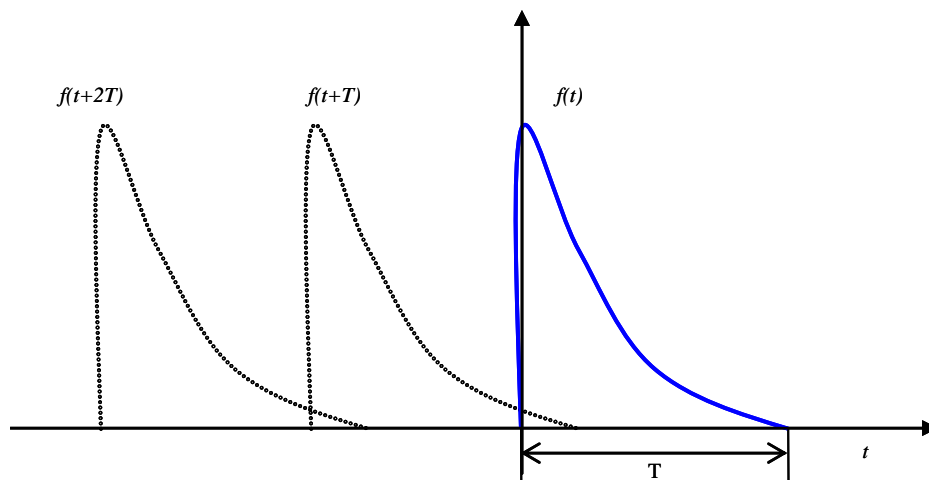


Figura 3.3 Representación de  $f_1(t)$  como una serie de encimamientos de  $f(t)$  y sus desplazamientos.

Debido a las singularidades existentes en  $F(j\omega)$ , donde  $\omega = 0$ , la evaluación numérica de (3.33) puede presentar dificultades. Por ello, el rango de integración se divide en intervalos de ancho  $2\Delta\omega$  y se evalúa  $\omega$  para frecuencias impares ( $\Delta\omega, 3\Delta\omega, \dots$ ). Entonces la evaluación numérica de (3.33) es:

$$f(n\Delta t) = \frac{e^{cn\Delta t}}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{m=0}^{N-1} F[c + j(2m+1)\Delta\omega] \sigma[(2m+1)\Delta\omega] e^{j(2m+1)\Delta\omega n\Delta t} \Delta\omega' \right\} \quad (3.34)$$

donde:

$\Delta\omega$  es el paso de discretización del espectro de frecuencias

$\Delta t$  es el paso de discretización de  $f(t)$

$N$  es el número de muestras totales

$n, m = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , y

$\Delta\omega' = 2\Delta\omega$ , por tanto el periodo de observación es:

$$T = \frac{2\pi}{\Delta\omega'} = \frac{\pi}{\Delta\omega} \quad (3.35)$$

$$\Delta t = \frac{T}{N} \quad (3.36)$$

de (3.35) y (3.36):

$$\Delta\omega\Delta t = \frac{\pi}{N} \quad (3.37)$$

Se obtiene finalmente la expresión de la Transformada Numérica de Laplace Inversa (TNLI) que permite emplear el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) [30]:

$$f_n = \operatorname{Re} \left\{ C_n \sum_{m=0}^{N-1} F_m \sigma_m \exp\left(\frac{j2\pi mn}{N}\right) \right\} \quad (3.38)$$

donde:

$$F_m = F(c + j(2m+1)\Delta\omega) \quad (3.39)$$

$$f_n = f(n\Delta t) \quad (3.40)$$

$$C_n = \frac{2\Delta\omega}{\pi} \exp\left(cn\Delta t + \frac{j\pi n}{N}\right) \quad (3.41)$$

$$\sigma_m = \sigma((2m+1)\Delta\omega) \quad (3.42)$$



### 3.4.2 Transformada directa

La evaluación en forma discreta de la ecuación (3.10) en un rango finito es:

$$F(c + j(2m+1)\Delta\omega) = \sum_{m=0}^{N-1} f(n\Delta t) e^{-cn\Delta t} e^{-j(2m+1)\Delta\omega n\Delta t} \Delta t \quad (3.43)$$

Empleando la expresión (3.37) en (3.43) se obtiene la expresión de la Transformada Numérica de Laplace (TNL) que permite aplicar el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT):

$$F_m = \sum_{n=0}^{N-1} f_n D_n \exp\left(-\frac{j2\pi mn}{N}\right) \quad (3.44)$$

donde:

$$D_n = \Delta t \exp\left(-cn\Delta t - \frac{j\pi n}{N}\right) \quad (3.45)$$

## 3.5 Modelado de interruptores

Para la simulación de maniobras donde el estudio principal es el transitorio en los elementos del sistema se considera el modelo ideal de interruptores, es decir, cuando el interruptor está abierto presenta una resistencia infinita y cuando está cerrado una resistencia cero [32, 33].

La operación de interruptores hace que la red cambie de topología de un instante de tiempo a otro provocando que el sistema sea variante en el tiempo; por ello, el análisis de maniobras en dominio de la frecuencia se dificulta. En este trabajo se hace uso del Principio de Superposición para contrarrestar este problema.

### 3.5.1 Simulación de apertura de interruptores

Cuando un interruptor está cerrado circula por él una corriente, la cual se puede representar como una fuente de corriente de valor  $I_{INT}$ . La apertura del interruptor se puede representar conectando en paralelo a la fuente de corriente de valor  $I_{INT}$  otra fuente de corriente  $I_{INT1}$  de igual magnitud, pero con sentido contrario, como se muestra en la figura 3.4.

Como el interruptor deja de conducir en el primer cruce por cero de la corriente  $t_{cc}$ , posterior al tiempo de apertura del interruptor, la fuente superpuesta necesaria para simular la apertura está dada por:

$$I_{INT1} = L \left\{ -i_{INT}(t) u(t - t_{cc}) \right\} \quad (3.46)$$

donde:

$i_{INT}(t)$  es la corriente que circula por el interruptor

$L$  indica la transformada de Laplace

$t_{cc}$  es el instante de tiempo del primer cruce por cero de la corriente posterior a la apertura del interruptor

### 3.5.2 Simulación de cierre de interruptores

Cuando un interruptor está abierto se tiene en sus terminales una diferencia de potencial que puede representarse como una fuente de voltaje  $V_{INT}$ . Para simular el cierre del interruptor, se suma a esa fuente de voltaje de valor  $V_{INT}$  otra fuente de voltaje  $V_{INT1}$  con igual magnitud, pero de sentido contrario, de tal forma que se obtiene una diferencia de potencial cero entre las terminales del interruptor, como se muestra en la figura 3.5.

Como primer paso se determina el voltaje en cada uno de los nodos del sistema antes de la maniobra:

$$\mathbf{V}^0 = (\mathbf{Y}_{bus}^0)^{-1} \mathbf{I}^0 \quad (3.47)$$

donde:

$\mathbf{V}^0$  es el vector de voltajes nodales en la red antes de realizar la maniobra

$\mathbf{Y}_{bus}^0$  es el matriz de admitancias de la red antes de realizar la maniobra

$\mathbf{I}^0$  es el vector de fuentes de inyección de corrientes antes de realizar la maniobra

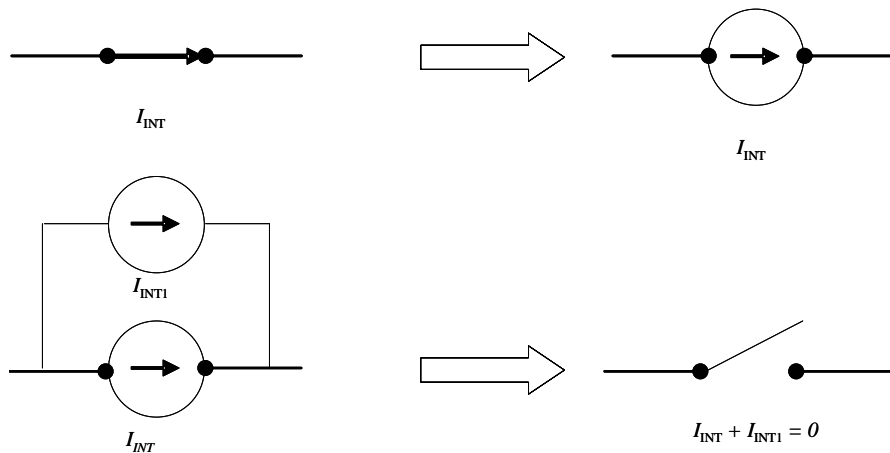


Figura 3.4 Simulación de la apertura de un interruptor.

Si el interruptor está entre los nodos  $j$  y  $k$ , el voltaje entre sus terminales en dominio de la frecuencia es:

$$V_{INT} = V_j - V_k \quad (3.48)$$

Esta función se pasa al dominio del tiempo para identificar el instante en que se cierra el interruptor y así determinar la función de la fuente voltaje  $v_{INT1}$  que se inyectará como se muestra en la figura 3.6

Si el instante de cierre es  $t_c > 0$ , la fuente de voltaje adicional necesaria para representar la maniobra en el dominio de la frecuencia está dada por:

$$V_{INT} = L \{ -v_{INT}(t) u(t-t_c) \} = L \{ -[v_j(t) - v_k(t)] u(t-t_c) \} \quad (3.49)$$

donde:

$v_{INT}(t)$  es el voltaje entre los polos del interruptor

$t_c$  es el instante de tiempo en que cierra el interruptor

La conexión del voltaje  $V_{INT1}$  debe realizarse por medio de una fuente equivalente de corriente con valor:

$$I_{INT1} = \frac{V_{INT1}}{R_x} \quad (3.50)$$

donde  $R_x$  es la resistencia equivalente de la fuente de voltaje, la cual debe tener un valor muy pequeño para aproximar una fuente ideal, como se muestra en la figura 3.7

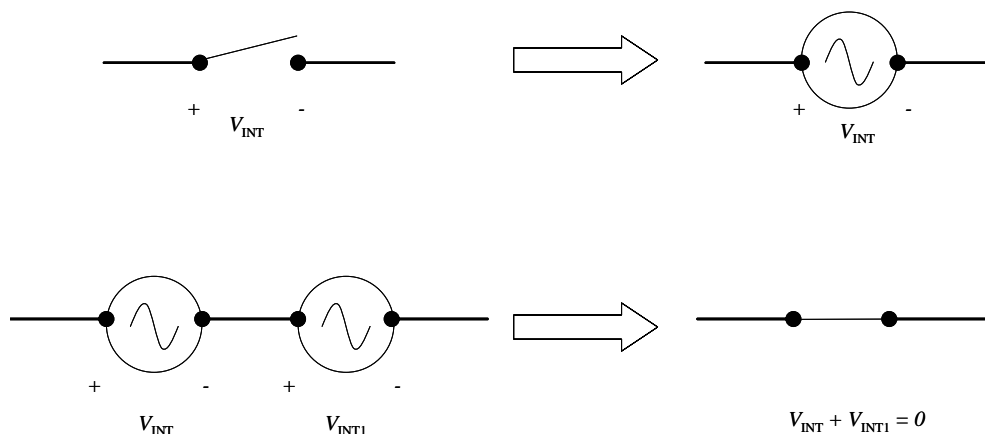


Figura 3.5 Simulación del cierre de un interruptor.

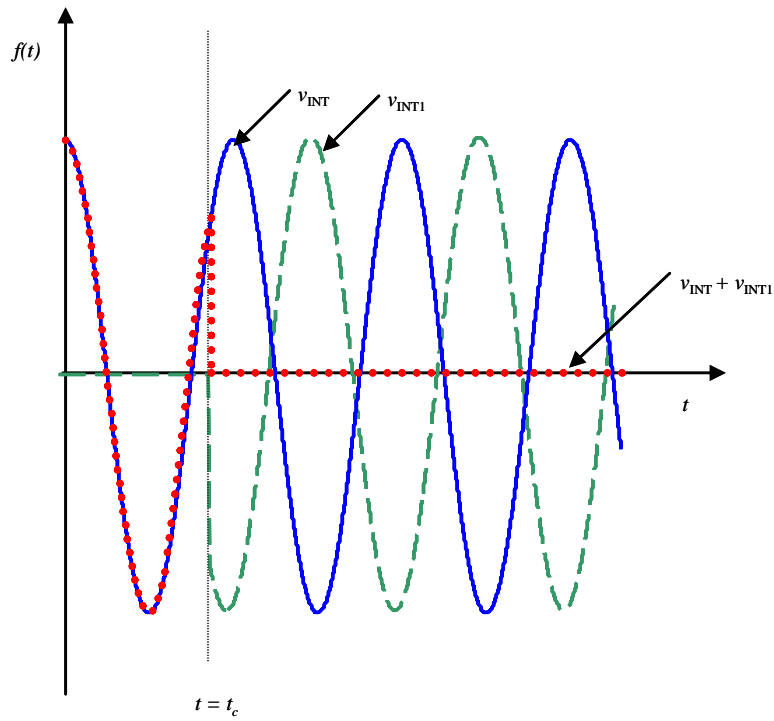


Figura 3.6 Voltaje en las terminales de un interruptor antes y después del cierre.

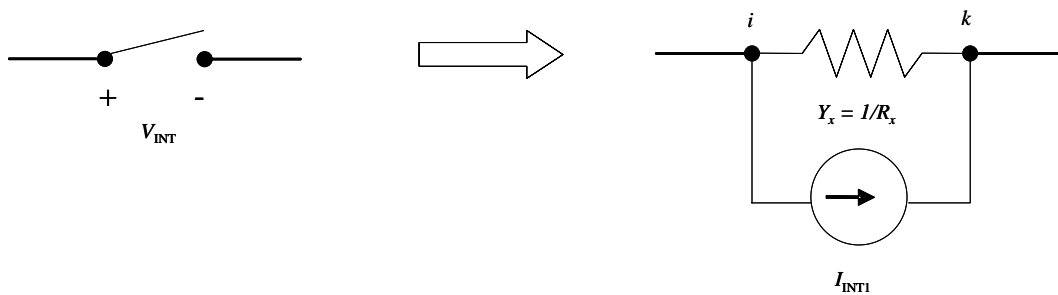


Figura 3.7 Fuente de corriente equivalente a la fuente de voltaje  $V_{INT}$ .

### 3.5.3 Respuesta total del sistema – Principio de superposición

La respuesta total del sistema ante una maniobra de interruptores se obtiene aplicando el Principio de Superposición, es decir, sumando el estado del sistema antes de que ocurra la maniobra y el estado del mismo provocado únicamente por la maniobra.

En el caso del cierre de un interruptor, antes de la maniobra se debe determinar el voltaje en cada uno de los nodos del sistema. Si el interruptor está entre los nodos  $j$  y  $k$  y se realiza el cierre; la matriz de admitancias debida únicamente a este evento será  $\mathbf{Y}_{bus}^1$ :

$$\mathbf{Y}_{bus}^1 = \mathbf{Y}_{bus}^0 + \mathbf{Y}_{INT} \quad (3.51)$$

donde:

$$\mathbf{Y}_{INT} = \begin{matrix} & j & k \\ & \downarrow & \downarrow \\ \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & Y_x & -Y_x & 0 \\ 0 & \dots & -Y_x & Y_x & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \leftarrow j \\ & & & & \leftarrow k \end{matrix} \quad (3.52)$$

$$Y_x = 1/R_x \quad (3.53)$$

Para representar el cierre se inyecta al sistema la corriente  $I_{INT1}$  en los nodos del interruptor:

$$\mathbf{I}^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ I_{INT1} \\ -I_{INT1} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow j \\ \leftarrow k \end{matrix} \quad (3.54)$$

De tal forma que, el voltaje debido a la maniobra es:

$$\mathbf{V}^1 = (\mathbf{Y}_{bus}^1)^{-1} \mathbf{I}^1 \quad (3.55)$$

Finalmente, la respuesta del sistema ante una maniobra de cierre se obtiene mediante la suma de las respuestas antes del evento y debida al mismo:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}^0 + \mathbf{V}^1 \quad (3.56)$$

### 3.6 Redes equivalentes

Cuando se trabaja con redes de gran tamaño generalmente no se requiere conocer el voltaje de todos los nodos y el hecho de incluirlos en el análisis origina problemas en tiempo de cómputo y almacenamiento de datos.

Para hacer más sencillo el proceso de análisis se recurre a simplificar la red eliminando todos aquellos nodos no necesarios, sin embargo, se debe cumplir la condición de obtener una red equivalente de menor orden que la original, pero que conserve el efecto de los nodos eliminados.

Al trabajar en dominio de frecuencia esta operación es sencilla empleando reducciones de Kron; el método consiste en eliminar nodos inactivos (sin carga y/o sin fuente) considerando que la corriente de inyección en ellos es cero [34]. Entonces el sistema original es:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1p} & \cdots & Y_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ Y_{p1} & \cdots & Y_{pp} & \cdots & Y_{pN} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{N1} & \cdots & Y_{Np} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_p \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Para eliminar el nodo  $p$  del sistema se selecciona el elemento  $Y_{pp}$  como pivote y el valor de los elementos de la nueva matriz  $Y_{bus}$  es:

$$Y_{jk(nueva)} = Y_{jk} - \frac{Y_{jp} Y_{pk}}{Y_{pp}} \quad (3.58)$$

Siendo la nueva matriz de orden  $(N-1) \times (N-1)$  debido a que se eliminó el renglón y la columna  $p$  de la matriz  $Y_{bus}$  original.

### 3.7 Ejemplos de Aplicación

#### 3.7.1 Caso de estudio 1. Energización secuencial de una línea trifásica

Se simuló la energización secuencial de la línea de 500 kV con la configuración multiconductora mostrada en la figura 3.8 y con el diagrama trifilar de la figura 3.9. Los tiempos de cierre para las fases A, B y C fueron 5, 3 y 10 ms respectivamente. El tiempo de simulación total fue de 16ms.

En las figuras 3.10 y 3.11 se muestran los resultados obtenidos con el análisis en el dominio de la frecuencia empleando la Transformada Numérica de Laplace.

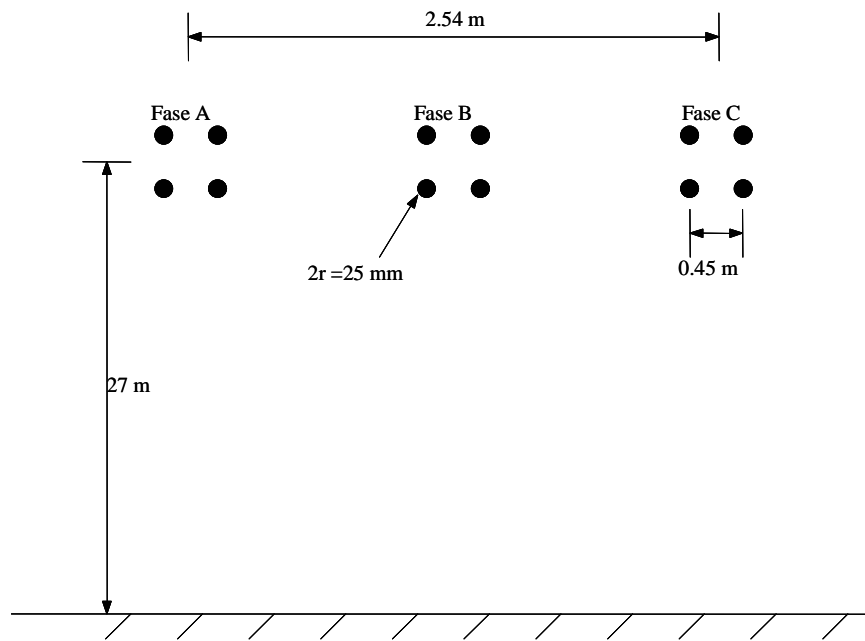


Figura 3.8 Arreglo de conductores de la línea del caso de estudio 1

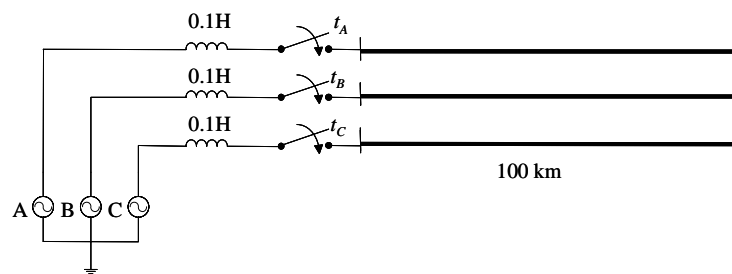


Figura 3.9 Diagrama trifilar del caso de estudio 1

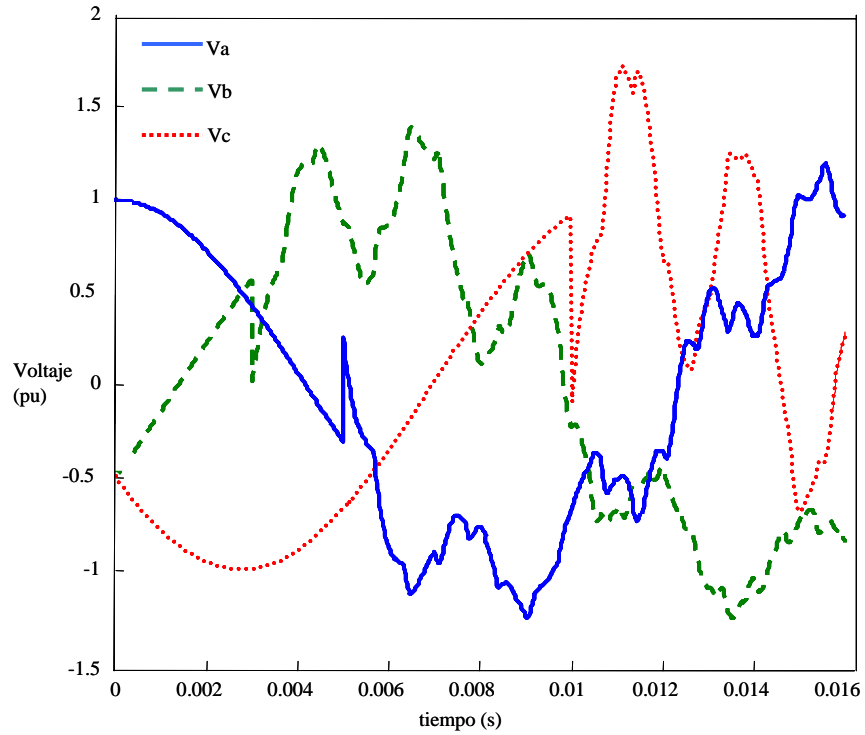


Figura 3.10 Voltajes en nodo emisor de la línea de la figura 3.9

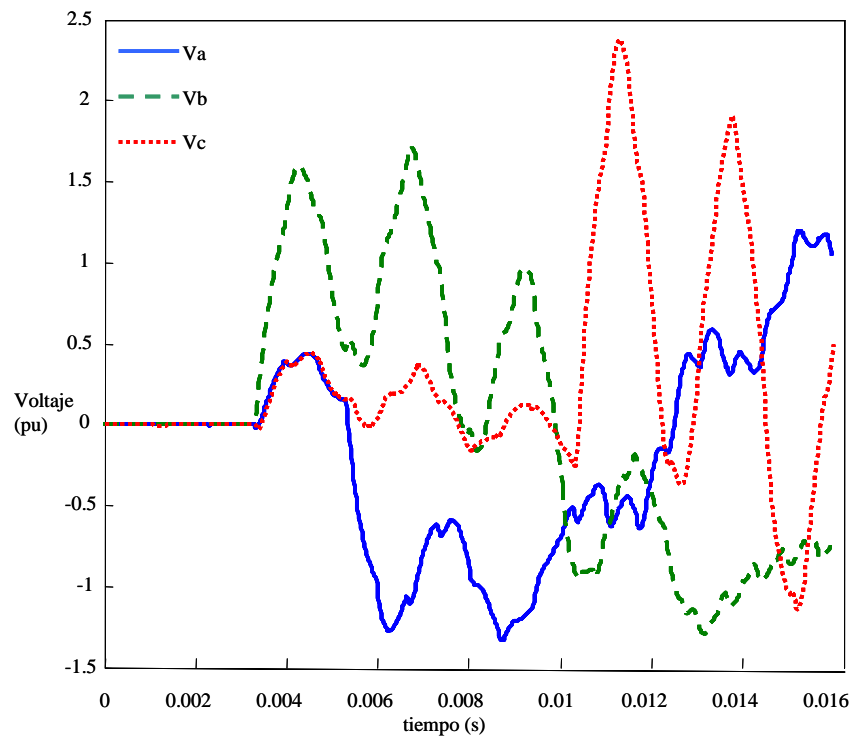


Figura 3.11 Voltajes en nodo receptor de la línea de la figura 3.9



La simulación también se realizó en el dominio del tiempo con el programa comercial ATP usando el modelo “JMarti Setup” [42], el cual incluye la dependencia frecuencial de de la línea. Los resultados se compararon con los obtenidos en las figuras anteriores. Se presentan en las figuras 3.12 y 3.13 solamente las tensiones producidas en la fase C de ambos extremos. El total de número de muestras empleadas en cada caso fue  $2^{10}$ , es decir, 1024.

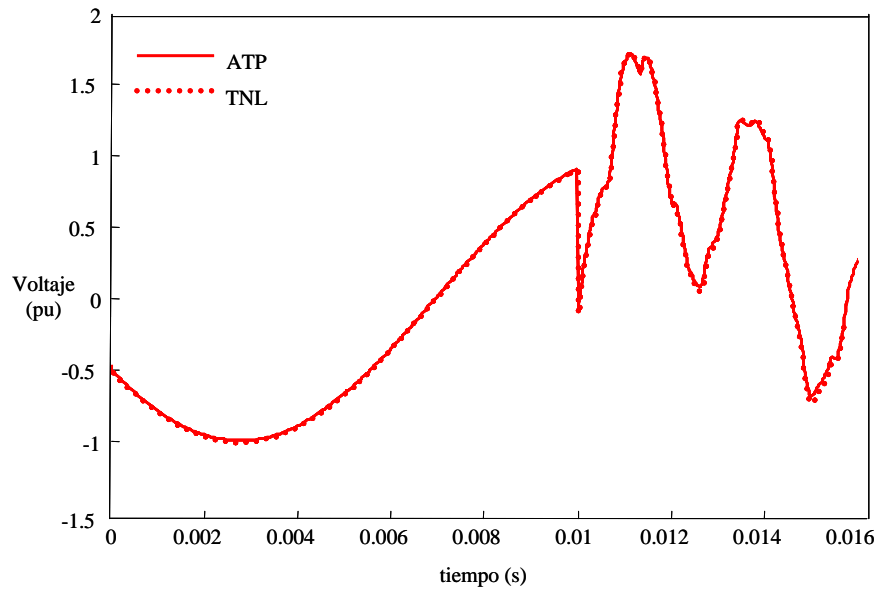


Figura 3.12 Voltaje en la fase C del nodo emisor de la línea de la figura 3.9

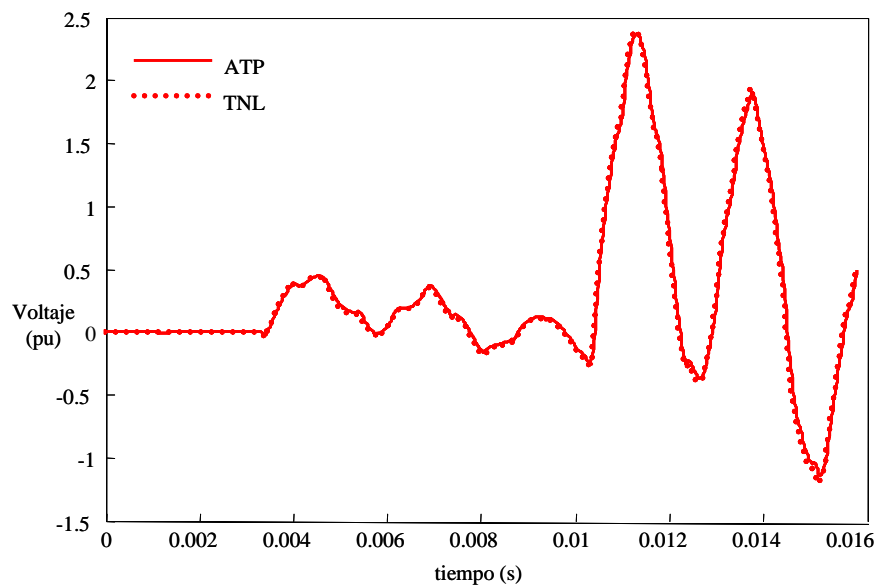


Figura 3.13 Voltaje en la fase C del nodo receptor de la línea de la figura 3.9

### 3.7.2 Energización de un sistema de potencia usando redes equivalentes

El sistema empleado para ejemplificar el uso de redes equivalentes se muestra en la figura 3.14.

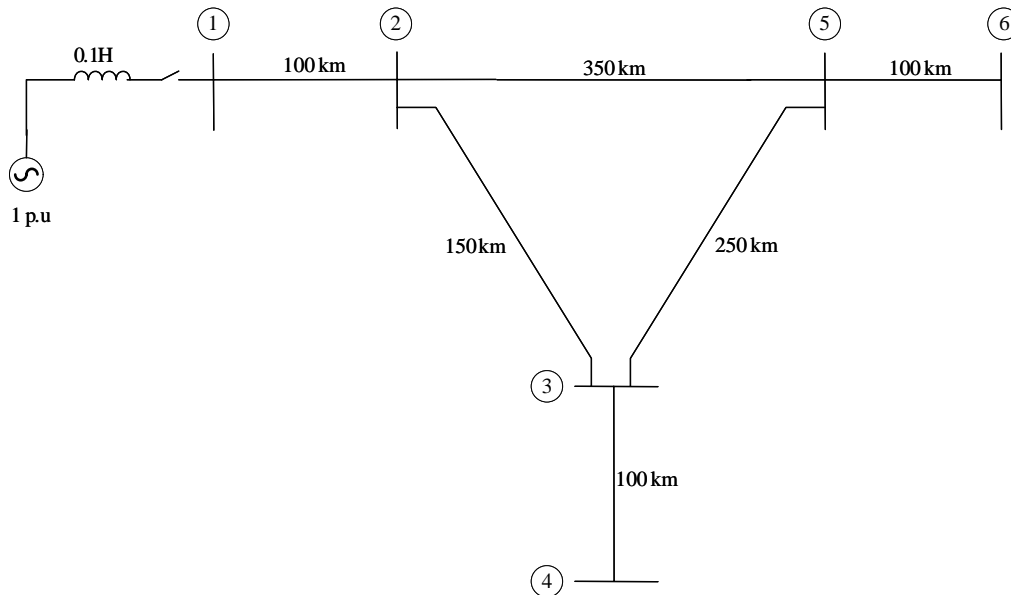


Figura 3.14 Diagrama unifilar del sistema para ejemplificar el uso de redes equivalentes.

Las líneas tienen la misma configuración entre sí, igual a la empleada en el ejemplo anterior. El tiempo de observación fue de 5 ms. La energización fue de tipo secuencial con tiempos de cierre de 4.17, 1.38 y 6.94 ms para los interruptores de las fases A, B, C respectivamente. Se realizaron dos análisis, ambos con 1024 muestras y con objetivo de determinar el sobrevoltaje producido en el nodo 6 al cerrar el interruptor.

En el primer análisis se consideraron todos los nodos del sistema y en el segundo análisis los nodos inactivos se simplificaron a una red equivalente. En la figura 3.15 se muestran los resultados obtenidos en las tres fases.

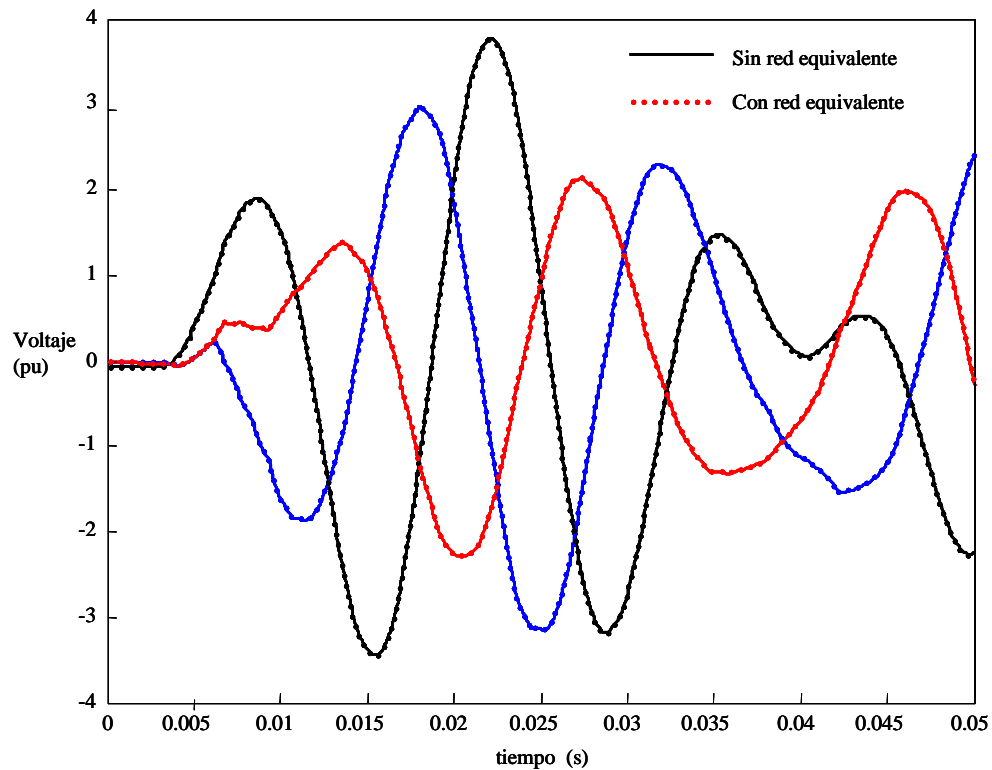


Figura 3.15 Voltajes en el nodo 6 de la red de la figura 3.14

### 3.8 Conclusiones

La función ventana y el valor del factor de amortiguamiento empleados en el trabajo son efectivos para el cálculo de sobrevoltajes al energizar líneas de transmisión.

Los resultados obtenidos al energizar una línea de transmisión son los mismos tanto en la simulación en ATP como en el análisis realizado con la TNL empleando el mismo número de muestras, con un tiempo de observación pequeño (16ms).

En un sistema multinodal cuando se trabaja en dominio de la frecuencia, la reducción de nodos inactivos a una red equivalente por medio del método de Kron proporciona prácticamente resultados idénticos a los obtenidos considerando todos los nodos del sistema.

## Capítulo 4    **Análisis de sobrevoltajes en la restauración de un sistema de potencia**

### 4.1    **Introducción**

Cuando en el sistema eléctrico ocurren fallas de cualquier índole éstas pueden provocar que gran parte de la red se quede fuera de servicio. El proceso de restauración debe realizarse en el menor tiempo posible con la mínima cantidad de operaciones manteniendo en todo momento la calidad de energía, así como la seguridad del personal y del equipo involucrado. Actualmente la herramienta más importante con la que se cuenta para el rearmado es la experiencia del operador de la red [43].

### 4.2    **Estudios de Restauración**

#### 4.2.1    **Estudios involucrados en el proceso de restauración**

El problema de restauración se considera como un proceso multi-objetivo y multi-etapa. Por ende, para restaurar el sistema con éxito se requiere del apoyo de análisis de diversas áreas especializadas como son:

- *Flujos de Potencia.* Para verificar el balance de potencia reactiva, límites térmicos de línea y transformadores; evitando problemas de sobrevoltajes prolongados o sub-excitación de generadores que podrían provocar un colapso o la prolongación de éste.
- *Estabilidad dinámica.* Para mantener el balance de carga-generación a través de la coordinación de conexión de carga y respuesta de generadores; con ello se pone atención a los riesgos de baja frecuencia y otras consideraciones de sincronización.
- *Transitorios por maniobra.* Para determinar la cantidad de secciones de líneas de transmisión que pueden ser energizadas en un tiempo determinado sin causar sobrevoltajes que afecten al equipo.
- *Escenario de despacho de generadores.* Durante la restauración se necesita saber las cantidades de generación real y reactiva disponible para realizar operaciones necesarias como la energización de líneas.

---

---

## 4.2.2 Secuencia general de restauración

Existen diversos programas de restauración, los cuales dependen principalmente de las características particulares del sistema, sin embargo, todos estos programas concuerdan en incluir los pasos o etapas mencionados a continuación:

- División de la parte del sistema de potencia que está fuera de servicio en subsistemas. Esto se logra con la delimitación de regiones por la disponibilidad de recursos como: grupos de trabajo de operarios, comunicación eficiente para una buena coordinación, capacidad de arranque negro de las plantas generadoras, posibilidad de sincronismo del equipo en el recierre, capacidad de balancear carga-generación dentro de los límites de frecuencia preestablecidos.
- Re-arranque. Consiste en proveer servicio de estación a cada planta generadora para re-arrancar las unidades de cada subsistema.
- Reintegración. Se busca interconectar las estaciones de generación a través del sistema de transmisión manteniendo la estabilidad.
- Conexión de carga. Consiste en restablecer la carga con incrementos regulares evitando problemas de frecuencia, estabilidad y balance de potencia reactiva. Generalmente se recomienda restaurar las cargas pequeñas radiales antes de las grandes.
- Restauración completa del sistema.

## 4.2.3 Tipos de restauración

Lo tipos de restauración se pueden clasificar como:

Restauración secuencial. En general usada en sistemas pequeños donde se requiere la mínima capacidad de generación para satisfacer la carga local y el mínimo nivel de voltaje hasta la siguiente etapa.

Restauración en paralelo. Se emplea para interconectar subsistemas, con ella se energizan cargas y se mantienen los voltajes dentro de límites permitidos necesarios para conectar la mayor parte de la carga del sistema.

## 4.2.4 Problemas durante el proceso de restauración

A continuación se presentan los problemas más frecuentes que surgen y provocan mayor retraso en el rearmado del sistema:

- 
- Realización de maniobras erróneas
  - Falta de un procedimiento no actualizado
  - Falla en la información programada al SCADA
  - Falta de coordinación de oficinas de despacho
  - Determinación errónea del estado del sistema
  - Sobrevoltaje y sub-voltajes prolongados
  - Sincronización inadecuada de subsistemas
  - Falta de un plan de restauración
  - Respuesta insuficiente ante un aumento repentino de carga

Las ejecución de maniobras erróneas surge debido a que las condiciones eléctricas de cada parte de la red en forma individual y como conjunto son muchas veces desconocidas durante el rearmado del sistema, lo cual ocasiona que al realizar la conexión de equipo, o bien, interconexión entre subsistemas se produzcan transitorios electromagnéticos severos de tal forma que operan protecciones para aislar la parte de la red en peligro creando, así como un retroceso en el rearmado de la red. De las maniobras más comunes que se consideran como erróneas durante la restauración son las conexiones de líneas de transmisión, ya que los sobrevoltajes que se producen ocasionan daños al equipo, principalmente a los apartarrayos.

### **4.3 Energización de líneas en el rearmado de un sistema de potencia**

Para analizar los sobrevoltajes transitorios producidos al energizar líneas de transmisión, durante el proceso de rearmado, se consideró el análisis en el dominio de la frecuencia descrito en el capítulo anterior.

#### **4.3.1 Datos del sistema de estudio**

En las figuras 4.1 se muestran los datos del sistema [44] que se empleó como red tipo, considerando que:

- 1) Los datos de las impedancias de cada unidad de generación están dadas en por unidad y corresponden a los equivalentes de Thevenin que se tienen en cada nodo considerando que no existe conexión entre ellos, es decir, estando la red desarmada.
- 2) Los valores base del sistema son 100MVA, 500KV.
- 3) La configuración geométrica de todas las líneas de transmisión es la misma y se muestra en la figura 4.3. Las líneas varían únicamente en longitud.
- 4) Las características de los conductores son:
  - 4 conductores por fase tipo DOVE
  - Hilos de guarda de acero y diámetro de 3/8 in

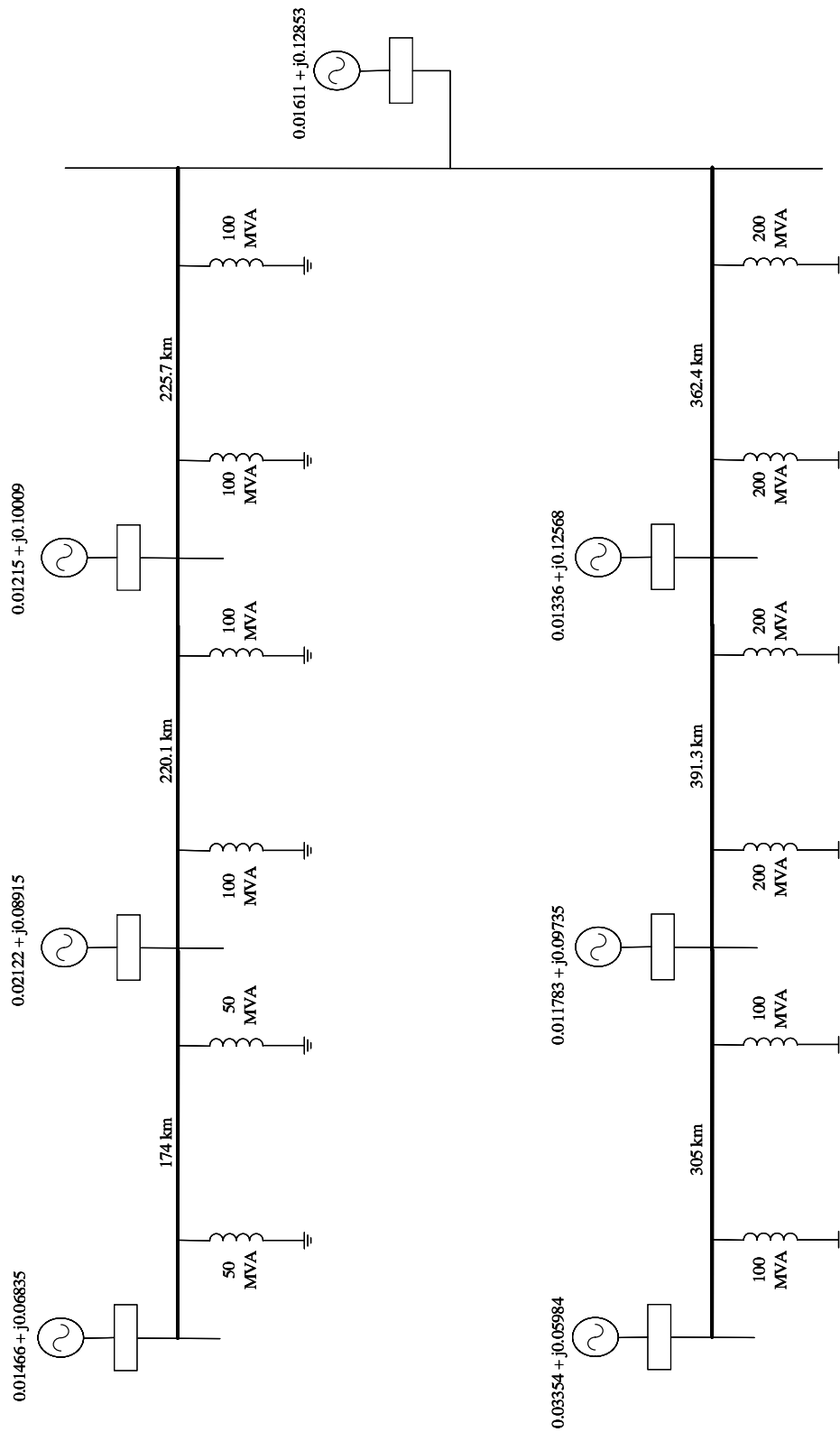


Figura 4. 1 Diagrama unifilar del sistema en estudio

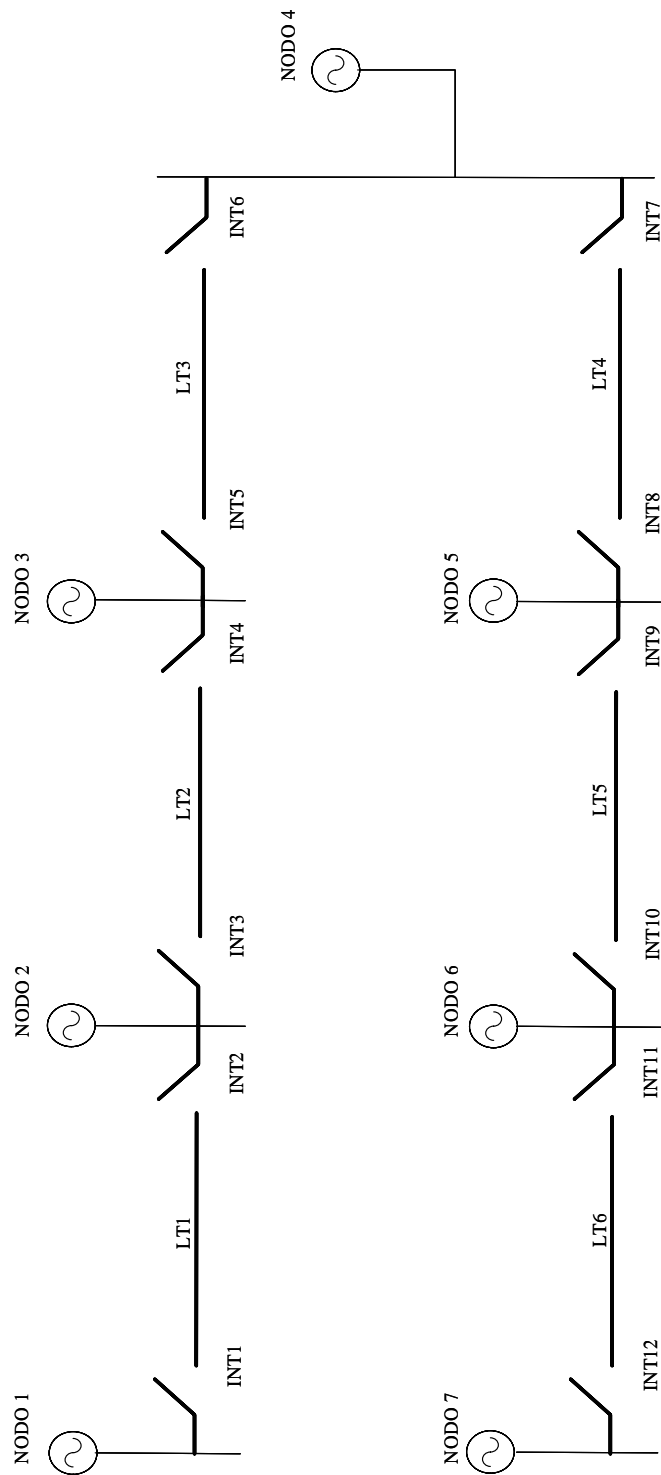


Figura 4. 2 Diagrama esquemático del sistema en estudio



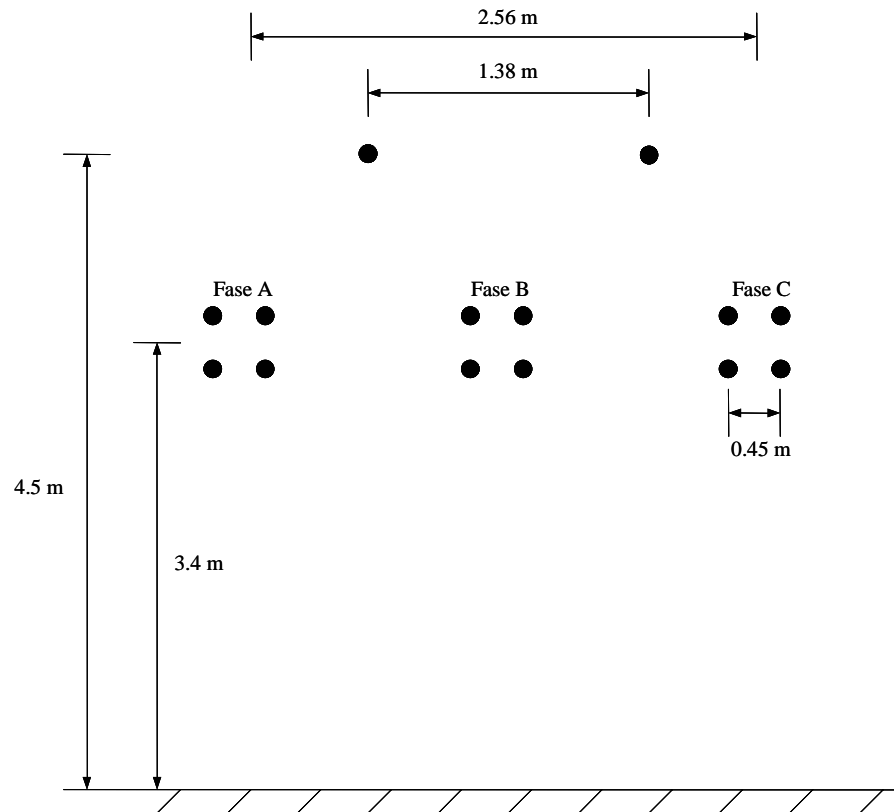


Figura 4. 3 Configuración de la línea de transmisión

### 4.3.2 Obtención de datos para estudio de sobrevoltajes

Los datos del sistema se calcularon de acuerdo a las siguientes consideraciones:

- Los valores de resistencia e inductancia de cada nodo se obtienen de las impedancias de Thevenin en por unidad y a una frecuencia de 60Hz.
- Los valores de resistencia, inductancia y capacitancia en por unidad de longitud de la línea se calculan con un programa computacional realizado de acuerdo con las fórmulas presentadas en el capítulo 2.
- Cada línea se consideró idealmente transpuesta.
- Los parámetros de la línea se calcularon como dependientes de la frecuencia.
- El cierre de interruptores se consideró secuencial tomando el caso más crítico, es decir, cuando las ondas de voltaje de cada fase tienen su valor máximo. Para las fases B y C el máximo positivo y para la fase A el máximo negativo, ver la figura 4.4.

### 4.3.3 Pruebas y Resultados

#### 4.3.3.1 Energización de las líneas de transmisión

La energización de las líneas del sistema mostrado en la figura 4.1 se realizó con el análisis en el dominio de la frecuencia aplicando la TNL. Para dar validez a los resultados éstos se compararon con simulaciones usando el programa comercial ATP. Con el fin de obtener resultados más precisos cada maniobra se ejecutó primeramente de manera individual, es decir, para una determinada secuencia de rearmado se tuvieron seis simulaciones y en cada una de ellas sólo operó un interruptor.

El esquema eléctrico de cada simulación fue diferente y dependió de la secuencia de rearmado elegida. Con el programa realizado empleando la TNL. Si dos elementos del sistema están conectados previamente a la simulación en turno y entre ellos existe un interruptor, entonces el cierre de éste se lleva a cabo en  $t = 0$ . De lo anterior, el tiempo de cierre secuencial crítico de cada maniobra se determinó considerando un tiempo de estabilización del sistema (en ciclos), el cual toma en cuenta la parte del sistema conectada previamente a la maniobra en turno.

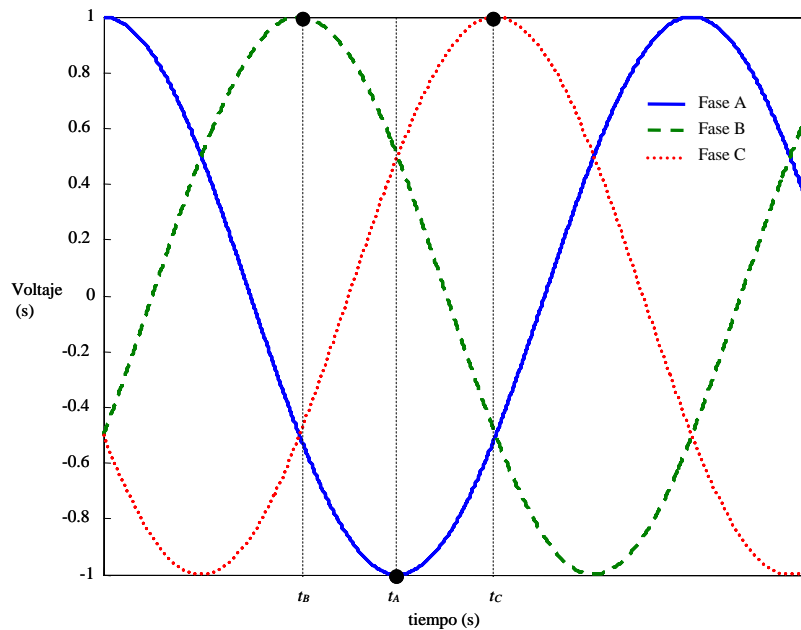


Figura 4. 4 Tiempos de cierre de los interruptores

---

En las figuras 4.5 y 4.6 se muestran los sobrevoltajes en el extremo abierto de la línea LT2 al ser energizada desde el NODO 2 siendo conectada anteriormente la línea LT1. Los tiempos de cierre del interruptor tomando en cuenta un tiempo de estabilización de 28 ciclos fueron:  $t_A = 0.475$ ,  $t_B = 0.47222$ ,  $t_C = 0.47777$ . Tanto en la simulación en ATP como en el análisis dominio de la frecuencia se usaron 2048 muestras y un  $\Delta t = 2.984ms$ .

En las figuras 4.7 y 4.8 se muestran los sobrevoltajes de la misma línea, pero con la diferencia de que en el análisis en dominio de la frecuencia se usaron  $Nm = 2048$  muestras y un  $\Delta t = 2.984ms$  (las mismas que en el caso anterior), sin embargo, para la simulación en el ATP se empleó un total de 30720 muestras y un  $\Delta t = 0.019893ms$ , es decir, se graficaron  $15Nm$  puntos. Se observa que los resultados son muy similares.

Las diferencias en las gráficas de las figuras 4.7 y 4.8 se deben a que al hacer el análisis en dominio del tiempo:

- En cada iteración  $k$  el valor de los voltajes en un punto depende del valor que tiene dicha variable una iteración anterior  $k-1$ .
- Debido a la dependencia frecuencial de los parámetros de las líneas, las ecuaciones a resolver involucran integrales de convolución, las cuales se aproximan por fracciones parciales.
- El método numérico que se emplea en el cálculo es el de la regla trapezoidal; como bien se sabe, su exactitud depende del número de muestras que se tengan.
- Para un estudio trifásico la matriz de transformación modal, considerada para el modelo de J. Martí, es constante; cuando en realidad varía en función de la frecuencia.

Para el análisis en el dominio de la frecuencia:

- La exactitud en tiempos de observación largos como es el caso en estudio depende del número de muestras, de la función ventana y el coeficiente de amortiguamiento.
- La dependencia frecuencial de los parámetros se considera de manera directa.
- La matriz de transformación varía para cada frecuencia.
- En cada valor de frecuencia discreta, el vector de voltajes nodales depende únicamente de las condiciones del sistema en dicha frecuencia, es decir; no depende del vector de voltajes del paso anterior como en el caso de análisis en el dominio del tiempo.
- Para obtener las funciones de los voltajes en el dominio del tiempo, la transformada numérica Laplace inversa se aplica al final del proceso de cómputo.

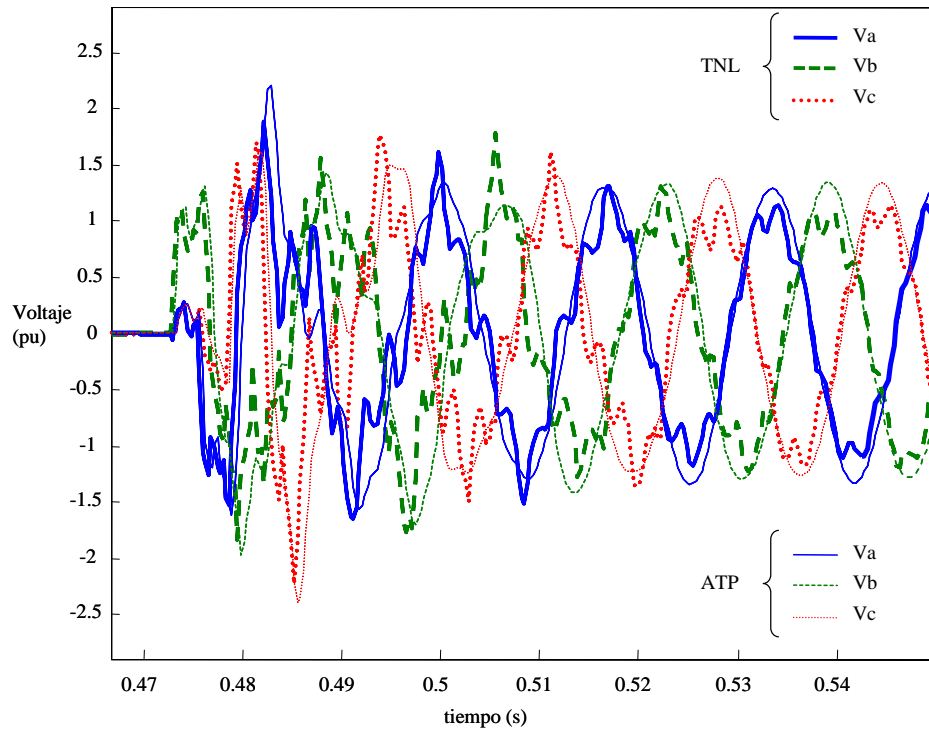


Figura 4. 5 Sobrevoltajes en extremo abierto de la línea LT2.  
 Datos de simulación idénticos en ATP y TNL.

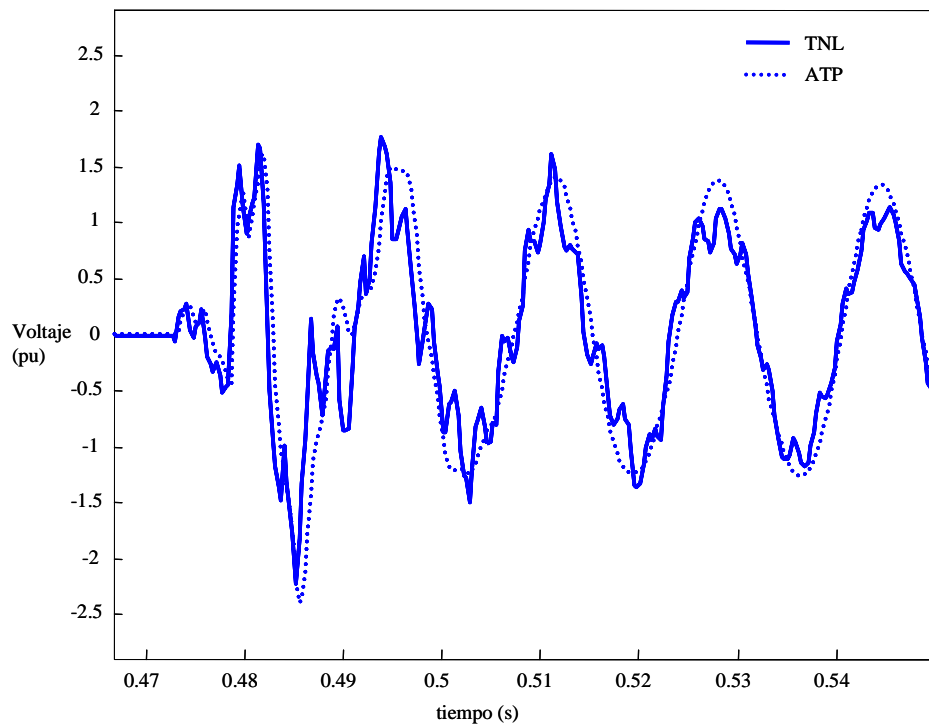


Figura 4. 6 Sobrevoltaje máximo en extremo abierto de la línea LT2.  
 Datos de simulación idénticos en ATP y TNL.

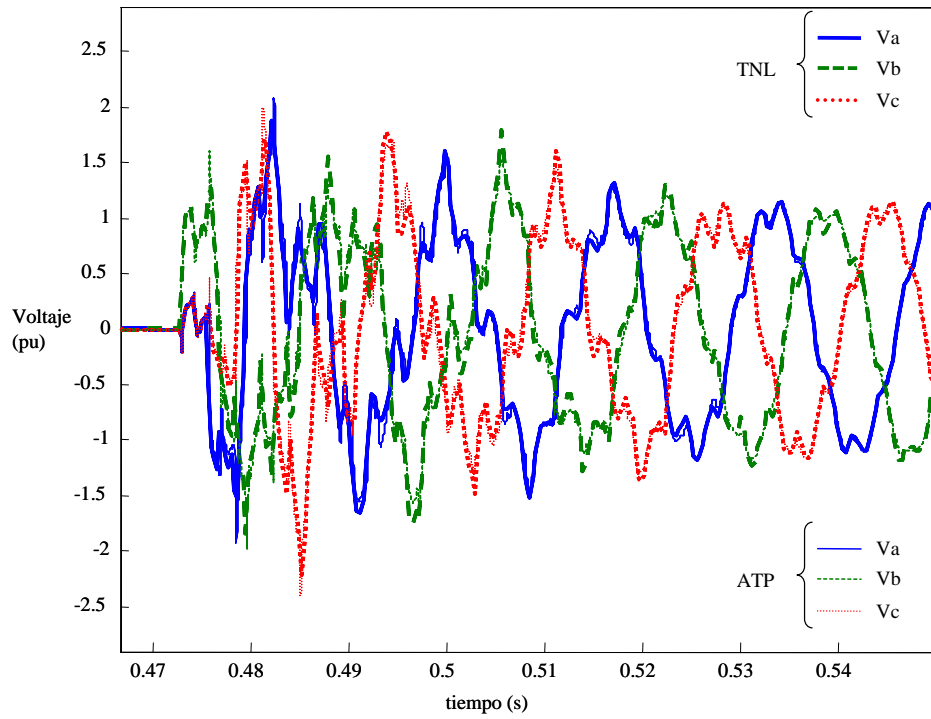


Figura 4. 7 Sobrevoltajes en extremo abierto de la línea LT2.  
Diferente  $\Delta t$  en ATP y TNL.

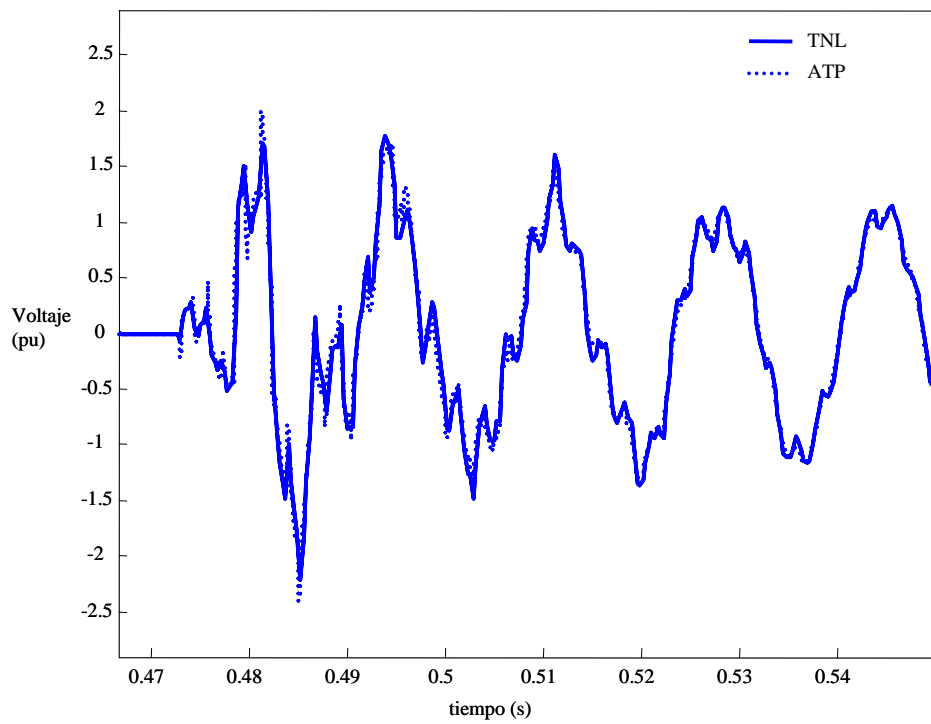


Figura 4. 8 Sobrevoltaje máximo en extremo abierto de la línea LT2.  
Diferente  $\Delta t$  en ATP y TNL.

### 4.3.3.2 Secuencia de rearmado del sistema tipo

Para restaurar el sistema mostrado en la figura 4.1 desde el punto de vista de sobrevoltajes producidos al energizar las líneas se propuso la siguiente secuencia:

- Rearmar el sistema comenzando con las líneas de transmisión más largas.
- Conectar cada línea desde el nodo más robusto.

Esta metodología se propone de acuerdo a las siguientes consideraciones:

- I. *Las características de las líneas del sistema.* Cuanto mayor sea la línea que se conecte entre los nodos  $i, k$ ; mayor es la admitancia equivalente de la misma que se conecta a cada nodo, haciendo que el sistema sea más robusto. En la figura 4.9 se puede ver cómo aumenta este valor conforme la longitud de la línea es mayor, provocando que el sistema al que se conecta aumente en mayor grado su robustez que en el caso de una línea de menor longitud.
- II. *Las características eléctricas de la fuente de excitación.* Cuanto más robusto es el nodo desde el cual se conectan las líneas se tiene una potencia de excitación mayor. Esta potencia, al llegar al extremo receptor disminuye por las pérdidas y por la atenuación; ocasionando que el sobrevoltaje en ese punto disminuya. En la figura 4.10 se muestra la variación del factor de atenuación de la onda de corriente respecto a la longitud de las líneas y en la figura 4.11 se muestra que la corriente de corto circuito del nodo emisor aumenta en cada paso del rearmado propuesto al sistema tipo.

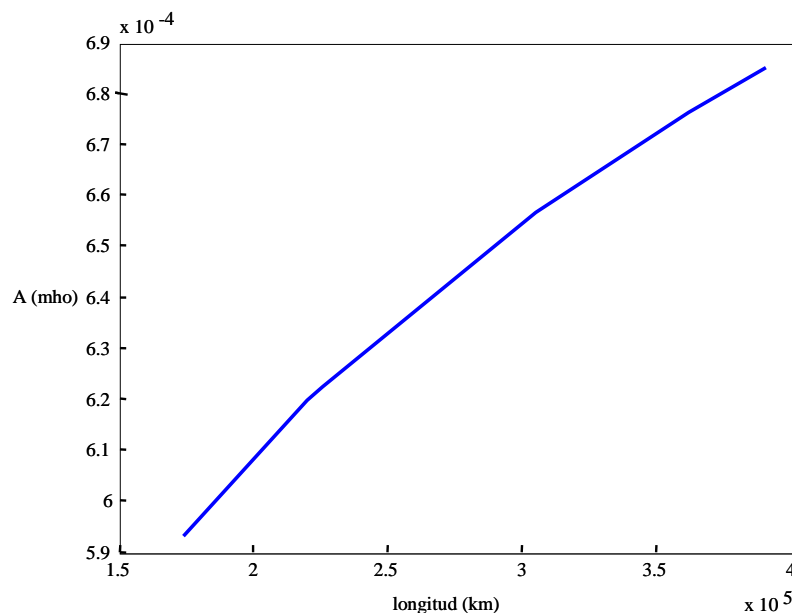


Figura 4.9 Cambio del valor de la admitancia nodal del circuito PI equivalente para líneas largas

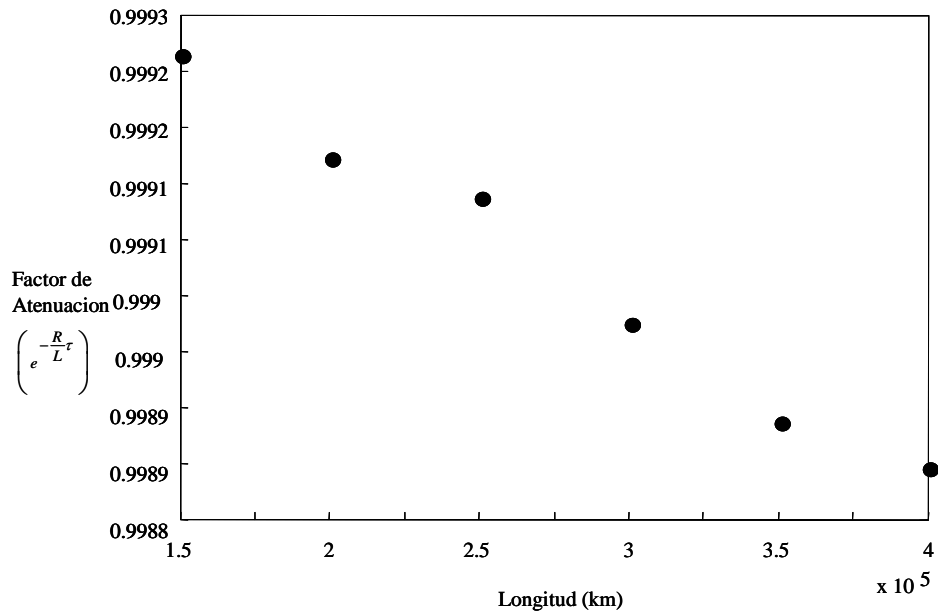


Figura 4. 10 Variación del factor de atenuación de la magnitud de la onda

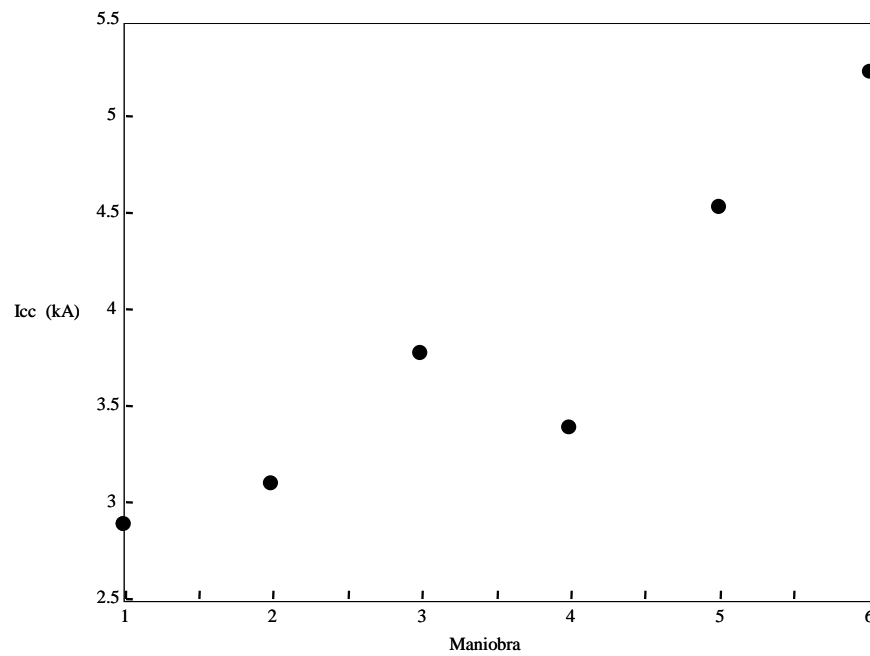


Figura 4. 11 Corriente de corto circuito de la fuente de excitación para cada maniobra

En la figura 4.12 se muestra la gráfica donde se comparan distintas secuencias de energización de líneas para la restauración del sistema en estudio. En ella se observa que:

- La secuencia 1 es aleatoria. Por lo tanto, se pueden presentar los sobrevoltajes más pequeños, así como los más grandes.
- La secuencia 2 es la secuencia que se realiza empezando a conectar las líneas de transmisión más cortas, conectando cada línea desde el nodo más robusto. Los sobrevoltajes se mantienen dentro de un rango de 2 a 2.5 p.u, lo cual puede deberse a que los nodos desde los cuales se conectan las líneas largas no son lo suficientemente robustos.
- La secuencia 3 es la secuencia de restauración propuesta. En ésta se observa que conforme se arma el sistema y se conectan nuevas líneas de transmisión los sobrevoltajes disminuyen.

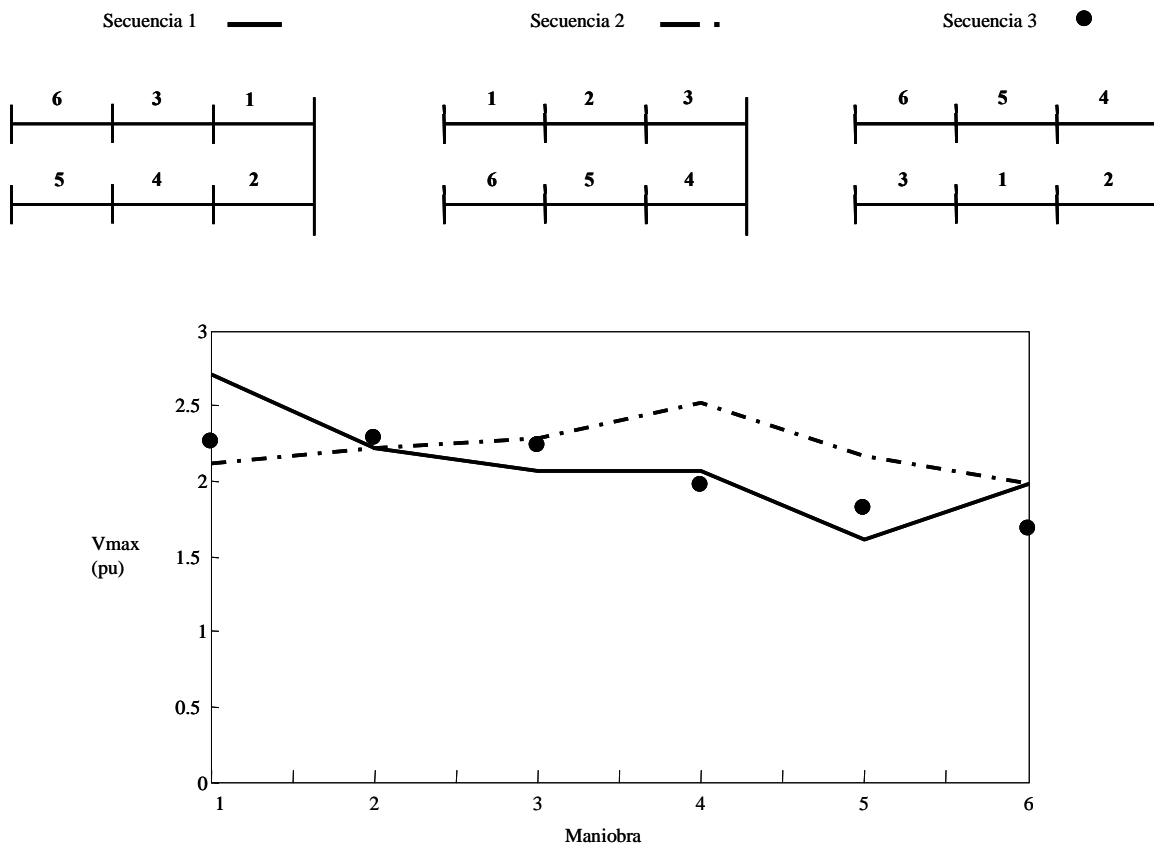


Figura 4. 12 Sobrevoltajes máximos en los extremos abiertos de las líneas de transmisión realizando diferentes secuencias de rearmado del sistema tipo.



### 4.3.3.3 Efecto de la compensación

Como se puede observar en la figura 4.13 aún con la metodología que se propone los sobrevoltajes en las líneas más largas sobrepasan el valor de 2 p.u. Estos pueden ser reducidos empleando reactores de mayor capacidad para compensar las líneas durante la restauración.

En la figura 4.13 se muestran los sobrevoltajes producidos al seguir la secuencia de rearmado propuesta, pero bajo tres condiciones:

- SS Sin compensación en las líneas.
- SC Con compensación de acuerdo a la mostrada en la figura 4.1
- CC Con compensación adicional, conforme al diagrama de la referencia [44]

Se puede observar que conforme se agrega compensación el valor de los sobrevoltajes disminuye de manera considerable. En la tabla 4.1 se evalúa la relación de valores en por unidad y su equivalente a valores reales de voltaje, se observa que una pequeña diferencia en valores en por unidad es considerable cuando se habla de valores reales.

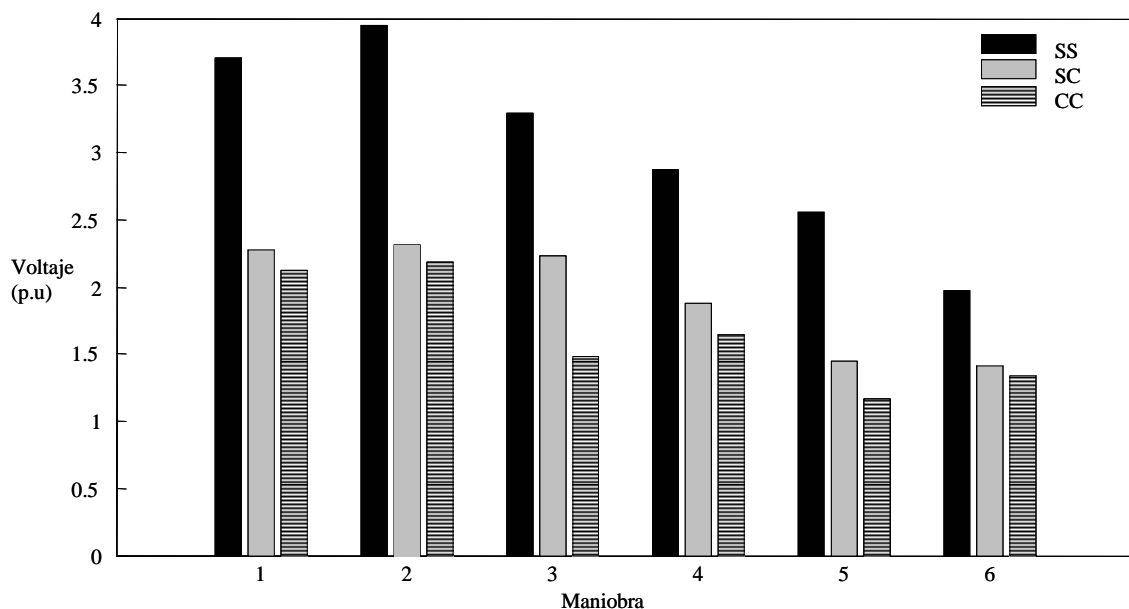


Figura 4. 13 Efecto de la compensación

Tabla 4.1 Relación de valores de KV y fracciones de valores en por unidad

kV del sistema	kV de fase máximo	Fracciones en por unidad y valores reales				
		0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
500	408.25	40.83	122.48	204.13	285.78	367.43
400	326.6	32.66	97.98	163.3	228.62	293.94
230	187.8	18.78	56.34	93.9	131.46	169.02
123	100.43	10.04	30.13	50.22	70.3	90.39
115	93.9	9.39	28.17	46.95	65.73	84.51

### 4.3.3.4 Restauración completa del sistema

Con el fin de verificar la precisión del análisis en el dominio de la frecuencia para estudios de rearmado de sistemas de transmisión; en esta sección se muestran los resultados obtenidos de la última prueba que consistió en realizar la restauración propuesta en la sección 4.3.3.2 del sistema de estudio, pero llevando a cabo en una sola simulación el cierre de todos los interruptores de la figura 4.2.

La prueba se realizó considerando un tiempo de observación total de  $1.38\text{ s}$  con  $Nm = 2^{11} = 2048$  muestras; lo que dio un  $\Delta t = 5\text{ ms}$ . El tiempo de observación se calculó tomando en cuenta que hay 12 maniobras, las cuales se clasificaron como severas (energización de una línea en vacío) y leves (conexión de una línea ya energizada con otra aparte del sistema); para las maniobras severas se consideró un tiempo de estabilización de 13 ciclos y para las maniobras leves de 3 ciclos.

En las figuras 4.14 y 4.15 se muestran algunos de los resultados, los cuales fueron comparados con los obtenidos llevando a cabo la restauración por partes (simulaciones individuales).

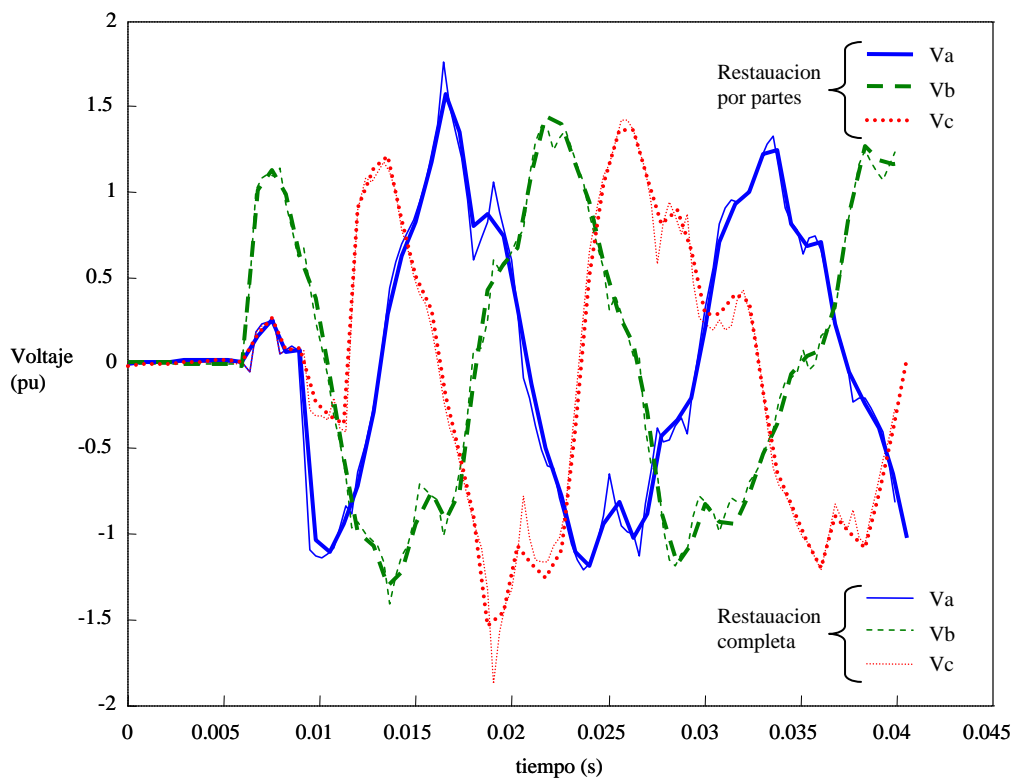


Figura 4. 14 Energización de la línea 3 desde el nodo 4.  
Comparación de resultados realizando la restauración por partes con la restauración completa

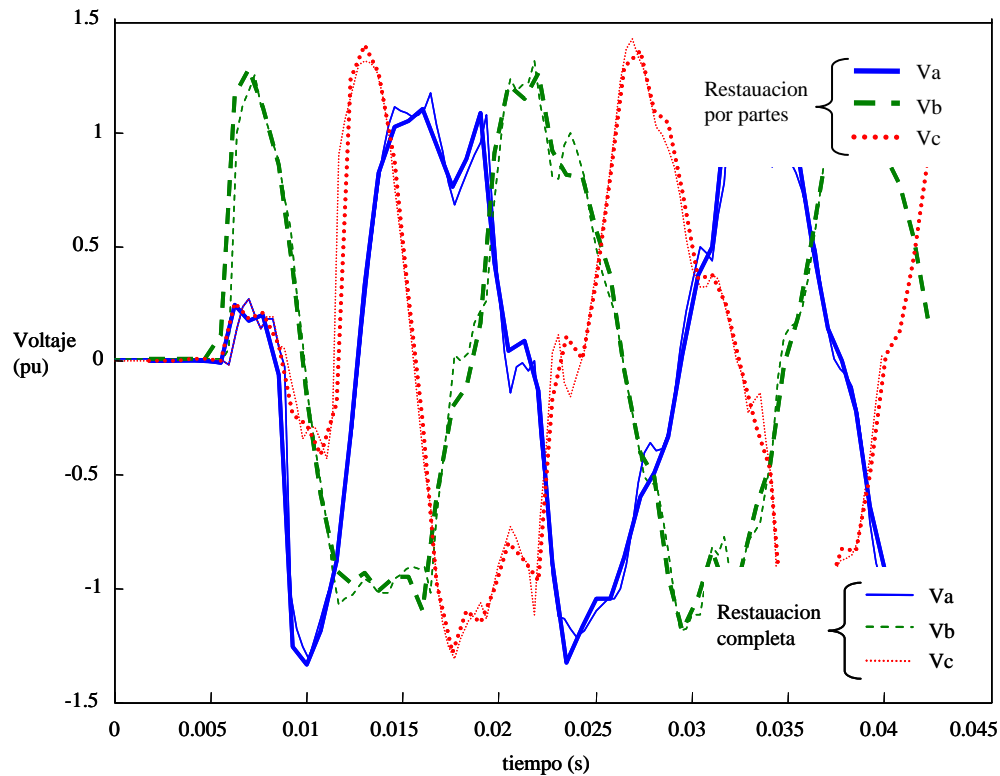


Figura 4. 15 Energización de la línea 1 desde el nodo 2.  
Comparación de resultados realizando la restauración por partes con las restauración completa

Se observa que las graficas obtenidas son muy similares. En un 80% de las pruebas realizadas, los resultados de las fases donde se presentan los sobrevoltajes máximos son iguales; las diferencias del otro 20% se deben principalmente al incremento considerable del tiempo de observación de la prueba completa conservando el mismo número de muestras que se tuvieron en las pruebas individuales.

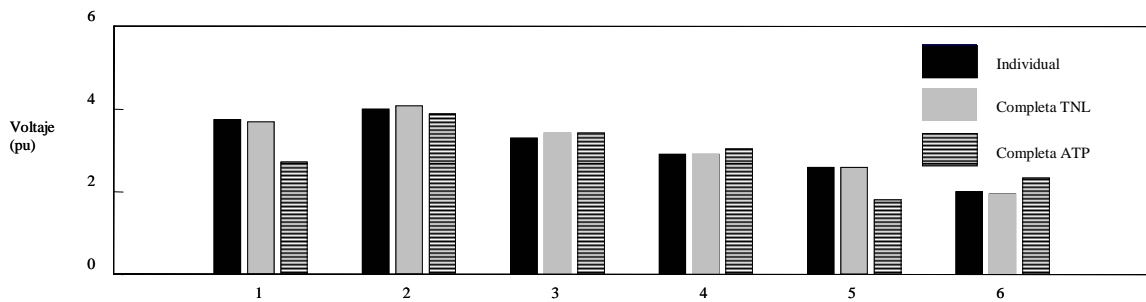
La restauración completa también se llevó cabo en el ATP donde se empleó un paso integración de  $0.5ms$ , 10 veces menor al usado en el método de la TNL, debido a que en el estudio en el dominio del tiempo el  $\Delta t$  debe ser menor al tiempo de viaje de onda de la línea más corta de la red, en este caso particular  $\tau_{\min} = 0.768ms$ .

Los resultados de la prueba completa hecha en ATP se compararon con los resultados obtenidos de las pruebas individuales usando la TNL obteniendo un error del 6 al 13%. En cambio el error de la prueba completa usando TNL es del 0.01 al 6%.

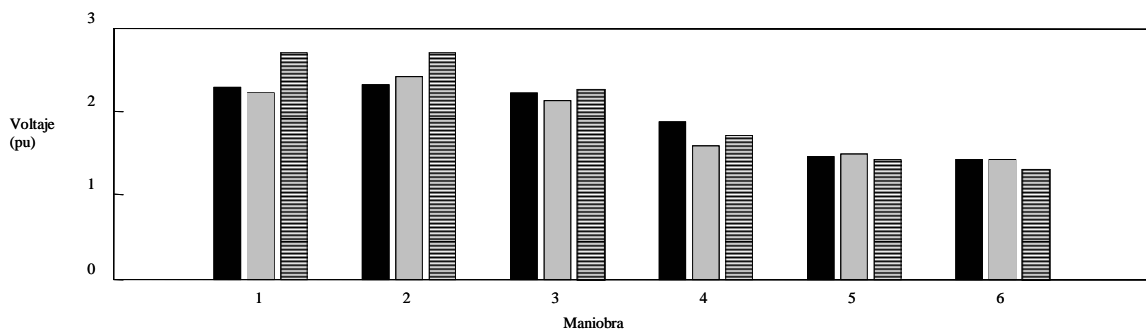
En la figura 4.16 se muestra una gráfica de barras donde se comparan los resultados obtenidos de las tres pruebas. Se puede observar que empleando la TNL en la prueba completa; el comportamiento de los sobrevoltajes a lo largo de la restauración es muy similar al de las

pruebas individuales. En cambio los resultados en ATP sí pueden variar de modo que no den una información confiable.

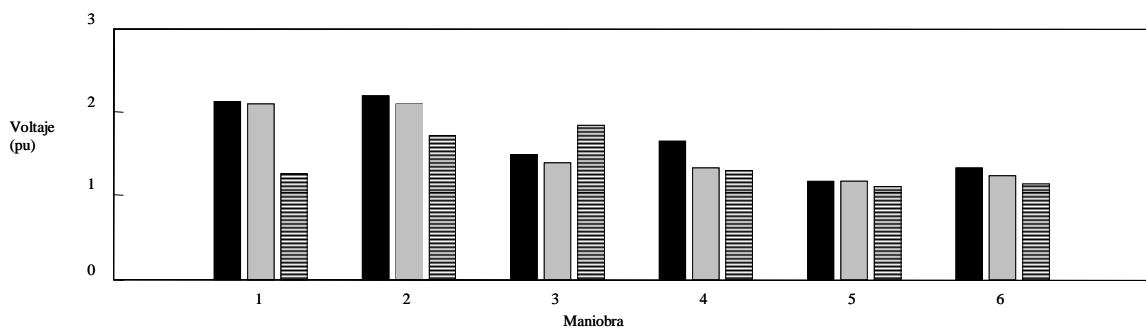
También se puede ver que conforme el sistema tiene menos compensación, los resultados de las pruebas completas en general son más aproximadas a los de las pruebas individuales. Esto se puede deber a la interacción entre la inductancia de la fuente, de la compensación y la capacitancia de la línea provoca una menor frecuencia de oscilación, obteniéndose formas de onda menos oscilatorias.



a) Sistema sin compensacion



b) Sistema con compensacion



c) Sistema con compensacion adicional

Figura 4. 16 Secuencia de rearmado

---

## 4.4 Conclusiones

### 4.4.1 Ventajas de la herramienta computacional desarrollada

- Las líneas incluidas en el sistema pueden tener cualquier configuración geométrica.
- Cada línea de estudio puede tener una transposición diferente a la ideal.
- Se puede realizar el análisis considerando parámetros dependientes de la frecuencia, o bien, sin dependencia frecuencial.
- La forma de ingresar los datos de líneas, interruptores, generadores y reactores es sencilla y los cambios de configuración se pueden realizar de manera más rápida que en el ATP.
- La matriz que guarda la información de las características de todas las líneas de un sistema puede ser empleada en otro estudio con igual tiempo de observación y número de muestras; disminuyendo considerablemente el tiempo de análisis.
- El valor numérico del sobrevoltaje máximo producido en cada maniobra, así como la fase en la que se presenta son desplegados como resultados directos del programa.
- Se mostró que con un total de 2048 muestras la exactitud de los resultados obtenidos en la energización de líneas realizando la restauración completa tienen un error máximo del 6%, comparados con los resultados de la restauración por partes. Sin embargo, el comportamiento de los sobrevoltajes máximos a lo largo de la restauración es el mismo, lo que indica que el método propuesto será útil para la determinación de una secuencia.

### 4.4.2 Restricciones de la herramienta computacional desarrollada

A continuación se enlistan limitantes del programa desarrollado; sin embargo, para eliminarlas se pueden realizar las modificaciones pertinentes al código.

- Los rearmados que se pueden llevar a cabo en el programa son de sistemas longitudinales no mallados; la limitación existe cuando se consideran más de dos interruptores por nodo.
- El estudio de sobrevoltajes y la aplicación de transposición se realiza para trayectorias que sólo contienen una línea.
- No se considera un estado estable previo al tiempo de inicio del análisis  $t_0$ , es decir, cuando uno o más generadores están conectados a la red en  $t < t_0$ , el análisis realiza la conexión de los mismos en  $t = t_0$  provocando un transitorio.

---

### 4.4.3 Conclusiones de resultados obtenidos

- Para analizar los sobrevoltajes más severos que se pueden presentar al energizar líneas de transmisión se debe considerar la energización más severa, esto es, cuando cada polo de la fuente trifásica cierra su interruptor estando su onda de voltaje en el punto máximo y sin tomar en cuenta la resistencia de pre-inserción.
- Considerar fuentes ideales en un estudio de restauración donde se analizan los sobrevoltajes en el extremo abierto de la línea que se energiza no es factible, debido a que la alta admitancia de la fuente ideal provoca que información de las demás admitancias del sistema -especialmente de la línea y de la compensación- tengan poca influencia en el análisis dando como resultado erróneo que los sobrevoltajes de la línea sea iguales independientemente del extremo que se conecte.
- Para realizar la restauración de un sistema en una simulación completa donde se consideran todos los interruptores es necesario incluir en el estudio las pérdidas de la línea de transmisión y la parte real de los demás equipos del sistema, para que el tiempo de estabilización del mismo sea menor.
- Se demostró que tanto en el análisis de una sola línea de transmisión como de un sistema de transmisión completo, los resultados del método propuesto, son mucho más precisos que con el método en el dominio del tiempo (ATP). Para estudios de energización de líneas donde se requieren tiempos de observación grandes (de 0.4 a 1.5s), el ATP requirió de 10 a 15 veces más muestras que la TNL, para obtener resultados similares.
- El programa está realizado en MATLAB V6.5 (apéndice B), por lo que no tiene un compilador y el tiempo de análisis es mayor que empleando un lenguaje de alto nivel. Es por ello que el tiempo de análisis no puede ser comparado directamente con el ATP.

## Capítulo 5 Conclusiones

### 5.1 Resumen de Resultados.

La herramienta computacional realizada en esta tesis emplea la Transformada Numérica de Laplace (TNL) para el análisis de sobrevoltajes que surgen al energizar las líneas de sistemas de transmisión. El procedimiento para modelar el cierre de interruptores hace uso del Principio de Superposición. Por otra parte se emplea el método de reducciones de Kron para simplificar, en caso que se desee, los nodos inactivos de la red; reduciendo considerablemente el tiempo de análisis.

Los resultados obtenidos muestran que el método es altamente preciso en los resultados que se obtienen al realizar:

- Maniobras de cierre secuencial en los polos de un interruptor trifásico.
- Secuencia de maniobras entre interruptores de un sistema.
- Simplificación de los nodos inactivos de un sistema.
- Estudios de efectos de compensación en la línea de transmisión.
- Estudio de rearmado de un sistema longitudinal.

Se mostró que en los estudios realizados donde se requieren tiempos de observación de aproximadamente 1.5 s, el método presentado en la tesis empleando TNL da resultados gráficos prácticamente idénticas a los del ATP, cuando en esta herramienta comercial se emplea un número de muestras de 10 a 15 veces mayor a las usadas en el método propuesto.

Se puede decir entonces, que el análisis de energización de líneas de transmisión empleando la TNL ofrece resultados confiables para determinar secuencias de rearmado de un sistema. Además, esta herramienta puede ser empleada para otros estudios que requieren mayor precisión como coordinación de aislamiento o diseño de equipos.

---

## 5.2 Aportaciones.

Las aportaciones más importantes de este trabajo son las siguientes:

- Se propone el método en dominio de la frecuencia empleando la TNL para análisis de sobrevoltajes al energizar sistemas de transmisión, donde se requieran tiempos de observación relativamente largos.
- Implementación de un programa computacional que sirve como base para el estudio de sobrevoltajes al energizar líneas enfocando el análisis a la restauración de un sistema de potencia.
- El programa realizado puede reducir considerablemente memoria y tiempo de análisis si se maneja la opción de reducción de nodos inactivos.
- Se propone una secuencia de rearmado para un sistema longitudinal específico con datos reales.

## 5.3 Recomendaciones para trabajos futuros

Se presenta una lista de proyectos recomendados como continuación de esta tesis:

- Expansión de la versatilidad del programa realizado considerando los siguientes aspectos:
  - Posibilidad de energización de líneas de un sistema mallado.
  - Inclusión de líneas paralelas en una sola trayectoria.
  - Inclusión de modelos en estado estable de generadores y líneas para considerar conexiones previas a la simulación en turno.
  - Inclusión de elementos no lineales como apartarrayos, transformadores y modelos de interruptores.
  - Disminuir el tiempo de observación por medio del amortiguamiento del transitorio al energizar líneas de transmisión en vacío.
- Dar validez a la metodología de rearmado propuesta con su aplicación en otros sistemas y comparando con restauraciones reales ya realizadas
- Una vez validada la metodología propuesta establecer automáticamente la secuencia de rearmado de un sistema dado, desde el punto de vista de sobrevoltajes al energizar líneas de transmisión.



---

---

## Referencias

- [1] **A. Greenwood**, *Electrical Transients in Power Systems*, Wiley & Sons, Second Edition, 1991.
- [2] **CIGRE Working Group 02 (SC 33)**, *Guidelines for Representation of Network Elements when Calculating Transients*, 1990.
- [3] **A. D'ajuz, et al.**, *Transitórios eléctricos e coordenação de isolamento. Aplicação em sistemas de potência de alta-tensão*, FURNAS, Centrais Elétricas S.A. 1987.
- [4] **M. M. Adibi, et al.**, *Power System Restoration-A Task Force Report*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 2, No. 2, pp. 271-277, Mayo 1987.
- [5] **F. F. Wu, et al.**, *Analytical tools for power System Restoration-Conceptual Design*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 3, No. 1, pp. 10-16, Febrero 1988.
- [6] **R. J. Kafka, et al.**, *System Restoration Plan Development for Metropolitan Electric System*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 100, No. 8, pp. 3703-3713, Agosto 1981.
- [7] **M. M. Adibi, et al.**, *Power System Restoration-The Second Task Force Report*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 2, No. 4, pp. 927-933, Noviembre 1987.
- [8] **M. M. Adibi, et al.**, *Analytical Tool Requirements for Power System Restoration*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 9, No. 3, pp. 1582-1591, Agosto 1994.
- [9] **R. J. Kafka, et al.**, *Role of Interactive and Control Computers in the Development of System Restoration Plan*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 101, No. 1, pp. 43-52, Enero 1982.
- [10] **M. M. Adibi, et al.**, *Remote Cranking of Steam Electric Stations*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 11, No. 3, pp. 1613-1618, Agosto 1996.
- [11] **J. A. Huang, et al.**, *A Systematic Method for Power System Restoration Planning*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 10, No. 2, pp. 869-875, Mayo 1995.
- [12] **Y. Aldana Debernardi**, *Restauración de sistemas eléctricos de potencia utilizando algoritmos genéticos*, Tesis de Maestría, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME, Instituto Politécnico Nacional. México, D.F, 2003.
- [13] **E. K. Nielson, et al.**, *System Operations Challenges*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 3, No. 1, pp. 118-124, Febrero 1988.
- [14] **M. M. Adibi, et al.**, *Power System Restoration Issues*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 4, No. 2, pp. 19-24, Abril 1991.

- 
- 
- [15] **M. M. Adibi, et al.**, *OverVoltage Control during Restoration*, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, No. 4, pp. 1464-1470, Noviembre 1992.
- [16] **L. V. Bewley**, *Traveling Waves on Transmission Systems*, Wiley New York, 1951.
- [17] **O. Goujon-Campos**, *Análisis y Simulación de Transitorios producidos por Operaciones de Maniobra en Sistemas Eléctricos de Potencia*, Tesis de Maestría, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME, Instituto Politécnico Nacional. México, D.F, 1979.
- [18] **Luis A. Siegert C**, *Alta tensión y sistemas de transmisión*, Limusa, 1998.
- [19] **H. W. Dommel**, *Digital computer solution of electromagnetic transients in single- and multi-phase networks*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. 88, No. 2, pp. 734-741, Abril 1969.
- [20] **H. W. Dommel**, *Electromagnetic Transients Program, Reference Manual (EMTP Theory Book)*, Bonneville Power Administration, Portland, 1986.
- [21] **H. W. Dommel**, *Nonlinear and time-varying elements in digital simulation of electromagnetic transients*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. 90, No. 6, pp. 2561-2567, Noviembre/Diciembre 1971.
- [22] **A. Budner**, *Introduction of Frequency Dependent Line Parameters into an Electromagnetic Transients Program*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-89, pp. 88-97, Enero 1970.
- [23] **J. K. Snelson**, *Propagation of Travelling Waves on Transmission Lines-Frequency Dependent Parameters*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-91, pp. 85-91, Enero/Febrero 1972.
- [24] **W. S. Meyer y H, W, Dommel**, *Numerical Modeling of Frequency-Dependent Transmission-Line Parameters in an Electromagnetic Transients Program*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-93, pp. 1401-1409, Septiembre/Octubre 1974.
- [25] **A. Semlyen, A. Dabuleanu**, *Fast and Accurate Switching Transient Calculations on Transmission Lines with Ground Return Using Recursive ConVolutions*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-94, pp. 561-571, Marzo/Abril 1975.
- [26] **J. R. Martí**, *Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 1, pp. 147-157, Enero 1982.
- 
-

- 
- [27] **B. Gustavsen, A. Semlyen**, *Combined Phase Domain and Modal Domain Calculation of Transmission Line Transients Based on Vector Fitting*, IEEE Trans. Power Delivery, Vol. 13, No. 2, pp. 596-604, Abril 1998.
- [28] **S. J. Day, N. Mullineux, J. R. Reed**, *Developments in Obtaining Transient Response using Fourier Transforms, Part I: Gibbs Phenomena and Fourier Integrals*, Int. J. Elect, Enging, Educ, Vol. 3, pp.501-506, 1965.
- [29] **L. M. Wedepohl**, *Power System Transients: Errors Incurred in the Numerical Inversion of the Laplace Transform*, Proc, of the 26<sup>th</sup> Midwest Symposium on Circuits and Systems, Agosto 1983.
- [30] **J. G. Proakis, D. G. Manolakis**, *Tratamiento digital de señales. Principios, algoritmos y aplicaciones*. Pearson, Prentice Hall, 3<sup>a</sup> Edición, 1998.
- [31] **A. S. Morched y V. Brandwajn**, *Transmission network equivalents for electromagnetic transients studies*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. 102, No. 9, pp. 2984-2994, Septiembre 1983.
- [32] **P. Gómez, et al.**, *Frequency domain transient analysis of electrical networks including Non-linear conditions*, Electrical power and energy systems, No. 27, pp. 139-146, Septiembre 2004.
- [33] **J. L. Naredo, et al.**, *Frequency domain computation on transmission line closing transients*, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol.6, No. 1, pp. 275-281, Enero 1991.
- [34] **J.J. Grainger, W.D. Stevenson Jr**, *Análisis de sistemas de potencia*, McGraw Hill, 1996.
- [35] **C. Gary**, *Análisis de la propagación a través de conductores múltiples en alta frecuencia utilizando matrices complejas*, Electricité de France.
- [36] **P. Gomez**, *Modelado del equipo eléctrico para transitorios electromagnéticos*, Notas del curso, SEPI- ESIME- IPN, 2006.
- [37] **J.D. Glover, M.S. Sarma**. *Power System Analysis and Design*, Limusa, 3<sup>a</sup> Edic., 2004.
- [38] **C.R. Fuerte Esquivel, R.M. Palomino**, *Modelado de líneas aéreas de transmisión*, Reporte interno SGIE-RI-0493, Sección de Graduados e Investigación de la E.S.I.M.E., Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., 1991.
- [39] **C.R. Fuerte Esquivel**, *Metodología para la simulación de operaciones de maniobra en líneas de transmisión*, Tesis de Maestría, Sección de Graduados e Investigación de la E.S.I.M.E., Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., 1993.
-

- 
- 
- [40] **F. Castellanos, J. R. Martí**, “*Full Frequency-Dependent Phase-Domain Transmission Line Model*”, IEEE Trans. on Power Systems, vol. 12, no. 3, pp. 1331-1339, Agosto 1997.
- [41] **D. J. Wilcox**, “*Numerical Laplace Transformation and Inversion*”, Int. J. Elect. Enging. Educ., vol 15, pp. 247-265, 1978.
- [42] **H.W. Dommel**, *Electromagnetic Transients Program, Reference Manual (EMTP Theory Book)*, Boneville Power Administration, 1986.
- [43] **M. M. Adibi**, *Power System Restoration, methodologies and implementation strategies*, IEEE Series on Power Engineering, 2000.
- [44] **R.O. Mota Palomino, et al.**, *Algunos Efectos de la Incorporación de Enlaces de 500 kV a los Sistemas Eléctricos del Istmo Centroamericano*, Comisión Económica para América Latina y el Caribe, 1988.

## Apéndice A Transformaciones Nodales y Reducción de Kron

### A.1 Demostración de fdaigonalidad de las matrices $Z_m Y_m$ , $Y_m Z_m$

Para demostrar que  $Z_m Y_m$ ,  $Y_m Z_m$  son diagonales, se aplican las ecuaciones (2.142) y (2.143) y la propiedad conmutativa entre las operaciones transpuesta e inversa [36, 39]:

$$Z_m Y_m = M^{-1} Z (M^t)^{-1} M^t Y_m M \quad (1.1)$$

$$Z_m Y_m = M^{-1} Z Y M = \lambda \quad (1.2)$$

como:

$$Z Y = M \lambda M^{-1} \quad (1.3)$$

se puede decir que  $Z_m Y_m$  es diagonal.

Por otra parte:

$$Y_m Z_m = M^t Y M M^{-1} Z (M^t)^{-1} \quad (1.4)$$

$$Y_m Z_m = M^t Y Z (M^t)^{-1} = \lambda \quad (1.5)$$

dado que:

$$M^t = N^t \quad (1.6)$$

por lo tanto:

$$Y_m Z_m = N^{-1} Y Z N \quad (1.7)$$

entonces  $Y_m Z_m$  es diagonal.

Si:

$$Z_m \lambda = Z_m Y_m Z_m = \lambda Z_m \quad (1.8)$$

Si la expresión (2.239) se expande y se toma cualquier renglón-columna:

$$Z_{mij} \lambda_{jj} = \lambda_{ii} Z_{mij} \quad (1.9)$$

$$Z_{mij} (\lambda_{jj} - \lambda_{ii}) = 0 \quad i \neq j \quad (1.10)$$

$$Z_{mij} = 0 \quad (1.11)$$

Lo cual quiere decir no hay elementos mutuos y por lo tanto  $\mathbf{Z}_m$  es diagonal. Meiante un análisis similar se puede demostrar que  $\mathbf{Y}_m$  también es diagonal.

## A.2 Reducción matricial con ecuaciones de Kron

Para efectos de simplicidad computacional se recurre normalmente la reducción del orden de las matrices, generalmente cuando se desea eliminar los hilos de guarda de un sistema de tal forma que se trabaje con otro sistema que sea equivalente al primero que aún conserve el efecto de los hilos de guarda. En un sistema multiconductor se puede separar el sistema en submatrices correspondientes a los valores de los conductores de fase e hilos de guarda.

Para los hilos de guarda perfectamente aterrizados el voltaje es cero [36]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_f \\ \mathbf{V}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_f \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{ff} & \mathbf{Z}_{fg} \\ \mathbf{Z}_{gf} & \mathbf{Z}_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_f \\ \mathbf{I}_g \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Desarrollando la ecuación (1.12) y despejando la corriente del hilo de guarda:

$$\mathbf{I}_g = -\mathbf{Z}_{gg}^{-1} \mathbf{Z}_{gf} \mathbf{I}_f \quad (1.13)$$

$$\mathbf{V}_f = (\mathbf{Z}_{ff} - \mathbf{Z}_{fg} \mathbf{Z}_{gg}^{-1} \mathbf{Z}_{gf}) \mathbf{I}_f \quad (1.14)$$

Por lo que el sistema equivalente es:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}'_{11} & \mathbf{Z}'_{12} & \mathbf{Z}'_{13} \\ \mathbf{Z}'_{21} & \mathbf{Z}'_{22} & \mathbf{Z}'_{23} \\ \mathbf{Z}'_{31} & \mathbf{Z}'_{32} & \mathbf{Z}'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

## Apendice B Programa computacional

```

%*****
PROGRAMA PARA ENERGIZACION DE LINEAS EN UN SISTEMA DE TRANSMISION

% Este programa puede realizar maniobras de interruptores en %una red %trifasica o monofasica
% se puede realizar la insercion de interruptores sin %necesidad de %modificar la red que se propone
% Se pueden obtener N graficas de N nodos, cada una las fases %A B C
% puede trabajar con redes equivalentes
% se puede realizar el estudio con parámetros dependientes o %no de a frecuencia

tic
Datos_TODO;

% 1 - Parametros de simulacion
[n,Muestras,dt,dw,t,w,s,c,ventana,Nm]=sampling(N,tobs);

% 2- Datos de la linea segun su configuracion
[NRamas, Nnodos, NLT,Nint, NE, NS,INT,NomNodos,Red,Delta,I, Noddin, NumNoddin]=TopologiaNODOS(LT, Gen, TR,
RLC, INT, Nf, CHECK, Nodoseleccionado);

if(CHECK(1)~=0) %checa si hay lineas en el sistema segun los datos
switch parámetros

% calculo con parametros no dependientes de la frecuencia
case 0
    if(LTalmacenadas==1)

        % obtiene la información de las lineas almacenadas %anteriormente
        LTAB=LineaTransFIJO_NfdS(NLT,Nf,Nm);
    else

        % toma los datos de las lineas y calcula sus $matrices AB
        [LTAB,C,Lg,L,Rc,fn]=LineaTrans_NfdS(LT,X,Y,T, NLT,Nf,Nm,w,s,Muestras,tobs);
    end

% calculo con parametros dependientes de la frecuencia
case 1

    %3- Matriz LT: contiene la inform7cion A y B de las LT %del sistema
    if(LTalmacenadas==1)
        LTAB=LineaTransFIJO(NLT,Nf,Nm);
    else
        [LTAB,C,Lg,L,Rc]=LineaTrans(LT,X,Y,T, NLT,Nf,Nm,w,s,Muestras);
    end
end
else

    LTAB=0;
end

%3- Matriz LT: contiene la informacion A y B de las LT del %sistema
%LTAB=LineaTrans(LT,X,Y,T, NLT,Nf,Nm,w,s,Muestras);

% 4- Admitancia de ramas
[Yelem_S,YAB,Ys]=Yelemto(Red, LTAB, NRamas,Nint,Nnodos, Nf,NE,NS, Nm, s);

% 5 - Ybus0 del sistema en el rango de frecuencias
Ybus0=Ybus(Yelem_S, YAB,Red, NE, NS, NRamas, Nnodos, Nint,Nf, Nm);

% 6- Fuentes del sistema inyectadas a los nodos
I0=Sources(Ys, I, Delta,Nnodos,Nf, s, f,Nm);

% en caso de que se elija la opcion de red equivalente %entonces hace la %reduccion
[Ybus0,I0,Nnodos,Noddin]=ReduccionK(I0,Ybus0,Nm,NumNoddin,Nnodos,Noddin,Nf) ;

%7- Voltaje en terminales de interrupo Antes de cierre(dom S)
for m=1:Nm
    V0(:,m)=inv(Ybus0(:,m))*I0(:,m);
end
V=V0;

if(Nint~=0) % si en la red hay interruptores

    % 8- orden de cierre de interruptores
    int=Orden_INT(INT,NE, NS,Nf,Nint,NRamas, Noddin);

```

```

% SIMULACION DE MANIOBRA
for k=1:Nf*Nint
    % corrientes y Ybus debido a maniobra
    for m=1:Nm
        Ybus_int(:,m)=zeros(Nf*Nnodos);
    end

%aplica el principio de superposición
[Il,Ybus_int]=Inyection(N,int,k,V0,c,ventana,t,dt,n,Nf,Nnodos,Ybus_int);
Ybus1=Ybus0+Ybus_int;
Ybus0=Ybus1;    % febrero 7

    %9 - V1 debida a maniobra y Vtotal
    for m=1:Nm
        V1(:,m)=inv(Ybus1(:,m))*Il(:,m);
        V(:,m)=V0(:,m)+V1(:,m);
    end
    V0=V;
end
end

%10 - formacion de matriz cuyas filas son los voltajes (dom S) %en cada %nodo
for m=1:Nm
    Vtot(:,m)=V(:,1,m);
end

%11- Graficas de todos los nodos
%Graficas_Vnodal(caso,Nnodos, Nf, Vtot,c, ventana, t,dt, Nm, NomNodos);
for j=1:Nnodos
    m=0; n=0; p=1; k=1;
    for i=(Nf*(j-1)+1):(Nf*j),
        if(Noddin(i,4)==1)
            figure(Noddin(i,3))
            [Vnodal(i,:),fdt,t_util]=TNLI(c,Vtot(i,:),ventana,t,dt,Nm);
            plot(t_util,Vnodal(i,:), 'linestyle','-', 'color',[m n p], 'linewidth',1.3), hold on, grid on
            p=0;
            if k==2,
                m=1;
            end
            k=k+1;
            xlabel('tiempo ');
            ylabel('Voltaje');
            title([' Caso ',num2str(caso),' Voltaje en Nodo ',num2str(NomNodos(i,3)) ]);

            if(Nf==3)
                legend('Va','Vb','Vc')
            else
                legend('Va',1)
            end
        end
    end
    end
    saveas(gcf,['Pruebatipo,RGEN,RLT,num2str(caso),'_Nodo_',num2str(NomNodos(i,3))','.fig'])
close
end

%11- Obtencion de Vnodal
for j=1:Nnodos
    for i=(Nf*(j-1)+1):(Nf*j),
        [Vnodal(i,:),fdt,t_util]=TNLI(c,Vtot(i,:),ventana,t,dt,Nm);
    end
end

% Subrutina para graficar y guardar la grafica que identifica %donde se %presenta el mayor sobrevoltaje del
caso en estudio
[NODOmax,Vmax,filas]=Grafica_Vmax_Nodomax(Vnodal,t_util,NomNodos,caso,Nf,tinigraf, Pruebatipo,RGEN,RLT) ;

t_simulacion=toc;

save ([Pruebatipo,RGEN,RLT,num2str(caso)'.mat'], 'N', 'Red', 'Vnodal', 'dt', 'dw', 's', 't', 'w',
't_util', 'tobs', 'NomNodos', 'caso', 'LT', 'Gen', 'RLC', 'INT', 'parametros', 'LTAB', 't_simulacion');

end

```



```

%*****
%Datos_TODO
%DATOS DE UNA RED TRIFASICA

%frecuencia de la fuente Hz;
f=60;

% datos para identificar la simulacion y nombrar los archivos %resultantes
Pruebatipo='Sistema_';
RGEN='Completo_';
parametros=1;

% 0- parámetros No función de S 1-parametros fuencion de S
LTalmacenadas=0; % 0- No hay 1- si hay

switch caso
case 1

% Numero de fases
Nf=3;
N=11; % numero de muestras 2^N

% elementos presentes 0-No 1-Si
% LT Gen TR RLC INT Nselec
CHECK=[ 1 1 0 0 1 0];

% Datos de LT's del sistema
% Num Long(km) dist-fases Numcond/fase Rcond %Rhaz NhG %rhG Y NE
NS

LT=[
1 174 12.7 4 0.01177 0.3182 2 0.004763 0 1 2
; 2 220.1 12.7 4 0.01177 0.3182 2 0.004763 0 2 3
; 3 225.7 12.7 4 0.01177 0.3182 2 0.004763 0 3 4
; 4 362.4 12.7 4 0.01177 0.3182 2 0.004763 0 4 5
; 5 391.3 12.7 4 0.01177 0.3182 2 0.004763 0 5 6
; 6 305 12.7 4 0.01177 0.3182 2 0.004763 0 6 7
];

% posición de los conductores de fase e hilos de guarda
X=[
-12.8 0 12.8 -6.9 6.9
; -12.8 0 12.8 -6.9 6.9
; -12.8 0 12.8 -6.9 6.9
; -12.8 0 12.8 -6.9 6.9
; -12.8 0 12.8 -6.9 6.9
];

Y=[
34.4 34.4 34.4 42.5 42.5
; 34.4 34.4 34.4 42.5 42.5
; 34.4 34.4 34.4 42.5 42.5
; 34.4 34.4 34.4 42.5 42.5
; 34.4 34.4 34.4 42.5 42.5
];

% transposición de la linea, porcentaje de cada tramo
T=[
0.333333 0.333333 0.333333
; 0.333333 0.333333 0.333333
; 0.333333 0.333333 0.333333
; 0.333333 0.333333 0.333333
; 0.333333 0.333333 0.333333
];

% Datos de Generadores del sistema
% Num Vfase pico Delta R- L NE NS
Gen=[
1 1 0 36.650 0.4532 0 1
; 2 1 0 53.050 0.5912 0 2
; 3 1 0 30.375 0.6637 0 3
; 4 1 0 40.275 0.8523 0 4
; 5 1 0 33.400 0.8334 0 5
; 6 1 0 44.575 0.6456 0 6
; 7 1 0 83.850 0.3968 0 7
];

```

```

% Datos de Transformadores del sistema
% Num VLL(kV) Vsec Y L NE %NS
TR=[ 0 ];

% Datos de Ramas RLC del sistema
%Num GEN1-LT0 R L C NE NS
RLC=[
    1 0 0 13.2626 0 0 1
; 2 0 0 13.2626 0 1 0
; 3 0 0 13.2626 0 0 2
; 5 0 0 6.6313 0 2 0
; 6 0 0 6.6313 0 0 3
; 8 0 0 6.6313 0 3 0
; 9 0 0 6.6313 0 0 4
; 11 0 0 3.3157 0 4 0
; 12 0 0 3.3157 0 0 5
; 14 0 0 3.3157 0 5 0
; 15 0 0 3.3157 0 0 6
; 17 0 0 6.6313 0 6 0
; 18 0 0 6.6313 0 0 7
];

% Datos de los interruptores
% No de int Nodo insercion tA tB tC %posición respecto al nodo (1-IZQ,
2- DER)
INT=[
1 1 0.42502 0.42222 0.42720 2
;2 2 10.208376 10.205556 10.210546 1
;3 2 0.42502 0.42222 0.42720 2
;4 3 10.208376 10.205556 10.210546 1
;5 3 0.42502 0.42222 0.42720 2
;6 4 10.208376 10.205556 10.210546 1
;7 4 0.42502 0.42222 0.42720 2
;8 5 10.208376 10.205556 10.210546 1
;9 5 0.42502 0.42222 0.42720 2
;10 6 10.208376 10.205556 10.210546 1
;11 6 0.42502 0.42222 0.42720 2
;12 7 10.208376 10.205556 10.210546 1
];

%orden en que cierran los interruptores antes descritos
ORDEN_Interruptores=[12 11 10 9 8 7 4 3 2 1 5 6];

% en caso de que se desee solo la grafica de un nodo entonces %indicar cual
Nodoseleccionado=[ 1 ];

% tiempos en que cierra cada interrumpor segun su orden
[INT, tobs,tinigraf]=Tiempos_INT(INT,ORDEN_Interruptores,f);

%*****

function [n,m,dt,dw,t,w,s,c,ventana,Nm]=sampling(N,tobs)

Nm=2^N;
n=[0:Nm-1];
m=[1:2:2*Nm];
dt=tobs/Nm;
dw=pi/tobs;
c=2*dw;
t=n*dt;
ventana=(1+cos(m.*pi./(2*Nm)))/2;
w = m*dw;
s=c+j*w;

%*****

function [NRamas, Nnodos, NLT, Nint, NE, NS,INT, NomNodos,Red, Delta,I,Noddin,NumNoddin]=TopologiaNODOS(LT,
Gen, TR, RLC, INT, Nf, CHECK, Nodoseleccionado)

% Identificacion de elementos de la Red No.LT, NRamas, Nnodos %y %localizacion de fuentes

% No LT % independientemente del valor de CHECK(1)
NLT=size(find(LT(:,1))); NLT=NLT(1,1);

% No Gen
NGen=size(find(Gen(:,1))); NGen=NGen(1,1);

% No TR

```

```

NTR=size(find(TR(:,1)));      NTR=NTR(1,1);
% No RLC
NRLC=size(find(RLC(:,1)));   NRLC=NRLC(1,1);

% No INT
NINT=size(find(INT(:,1)));    NINT=NINT(1,1);  Nint=NINT;

% confirmacion de presencia de elementos
if CHECK(1)==0, NLT=0; end
if CHECK(2)==0, NGen=0; end
if CHECK(3)==0, NTR=0; end
if CHECK(4)==0, NRLC=0; end
if CHECK(5)==0, NINT=0; Nint=0; end

% NRamas
NRamas=NLT+NGen+NTR+NRLC+NINT;      % NRamas totales
NR=Nramas-NINT;                     % Cantidad de Ramas pasivas, que no %son INT

% Formacion de la matriz Red con la informacion de Num %elemento- tipo-
% Yrama - NE- NS
Red=zeros(NRamas,1);
for i=1:NRamas
    Red(i,1)=i;          % Ramas de la Red
end

%LT
if (CHECK(1)~=0)
    Red(1:NLT,2)=1;
    Red(1:NLT,3)=LT(:,9);
    Red(1:NLT,4)=LT(:,10);
    Red(1:NLT,5)=LT(:,11);
    Red(1:NLT,6)=0;
    Red(1:NLT,7)=0;
    Red(1:NLT,8)=0;
end

%Gen
if (CHECK(2)~=0)
    Red(NLT+1:NLT+NGen,2)=2;
    Red(NLT+1:NLT+NGen,3)=0;%antes Gen4
    Red(NLT+1:NLT+NGen,4)=Gen(:,6);%NE
    Red(NLT+1:NLT+NGen,5)=Gen(:,7);%NS
    Red(NLT+1:NLT+NGen,6)=Gen(:,4);%Rantes 0
    Red(NLT+1:NLT+NGen,7)=Gen(:,5);%L
    Red(NLT+1:NLT+NGen,8)=0;
end

% TR
if (CHECK(3)~=0)
    Red(NLT+NGen+1:NLT+NGen+NTR,2)=3;
    Red(NLT+NGen+1:NLT+NGen+NTR,3)=TR(:,4);
    Red(NLT+NGen+1:NLT+NGen+NTR,4)=TR(:,6);
    Red(NLT+NGen+1:NLT+NGen+NTR,5)=TR(:,7);
    Red(NLT+NGen+1:NLT+NGen+NTR,6)=0;
    Red(NLT+NGen+1:NLT+NGen+NTR,7)=TR(:,5);
    Red(NLT+NGen+1:NLT+NGen+NTR,8)=0;
End

% RLC
if (CHECK(4)~=0)
    Red(NLT+NGen+NTR+1:NLT+NGen+NTR+NRLC,2)=4;
    Red(NLT+NGen+NTR+1:NLT+NGen+NTR+NRLC,3)=RLC(:,2);
    Red(NLT+NGen+NTR+1:NLT+NGen+NTR+NRLC,4)=RLC(:,6);
    Red(NLT+NGen+NTR+1:NLT+NGen+NTR+NRLC,5)=RLC(:,7);
    Red(NLT+NGen+NTR+1:NLT+NGen+NTR+NRLC,6)=RLC(:,3);
    Red(NLT+NGen+NTR+1:NLT+NGen+NTR+NRLC,7)=RLC(:,4);
    Red(NLT+NGen+NTR+1:NLT+NGen+NTR+NRLC,8)=RLC(:,5);
    CONEXION(NLT+NGen+NTR+1:NLT+NGen+NTR+NRLC,1)=RLC(:,2);
End

% INT
%generacion del NE del interruptor
if (CHECK(5)~=0)
    for i=1:NINT
        if (INT(i,6)==2)
            INT(i,7)=2000+INT(i,2);%antes 1 (enero 26)
            INT(i,8)=INT(i,2);
        else
            INT(i,7)=1000+INT(i,2);%antes 1 (enero 26)
        end
    end
end

```

```

        INT(i,8)=2000+INT(i,2);
    end
end

% se agrego una columna a INT para indicar si es IZQ o DER
Red(NLT+NGen+NTR+NRLC+1:NRamas,2)=0;
Red(NLT+NGen+NTR+NRLC+1:NRamas,3)=0;
Red(NLT+NGen+NTR+NRLC+1:NRamas,4)=INT(:,7);
Red(NLT+NGen+NTR+NRLC+1:NRamas,5)=INT(:,8);
Red(NLT+NGen+NTR+NRLC+1:NRamas,6)=0;
Red(NLT+NGen+NTR+NRLC+1:NRamas,7)=0;
Red(NLT+NGen+NTR+NRLC+1:NRamas,8)=0;
end

% RENOMBRAMIENTO DE NE y NS
% CONTEO DE NODOS TOTALES
% RENOMBRAMIENTO DE NODOS EN ORDEN DE MAYOR A MENOR NOMBRE %NUMERICO

nent(1:NRamas)=Red(:,4);          %pone en un vector todos los nodos de %entrada de todos los elementos
nsal(1:NRamas)=Red(:,5);          %pone en un vector todos los nodos de %salida de todos los elementos

% Nodos originales de insercion del interruptor
for i=1:Nint
    if nsal(NR+i)>2000
        ninsercion(i)=nsal(NR+i)-2000;    % crea otro vector con los nodos %originales de insercion de los
        interruptores
    else
        ninsercion(i)=nsal(NR+i);
    end
end

% en caso de que solo haya un INT IZQ en un nodo entonces
% realiza el cambio de nombre de NS de 2000 a unidad en el %vector de nsal
for i=1:Nint
    if(i==Nint)
        if(INT(i,6)==1)
            nsal(NR+i)=ninsercion(i);
        else
            end
    else
        if (ninsercion(i)~=ninsercion(i+1))
            if nsal(NR+i)>2000
                nsal(NR+i)=ninsercion(i);
            end
        end
    end
end

% el cambio de NS del INT se realiza tambien en la matriz de INT
for i=1:Nint
    INT(i,8)=nsal(NR+i);
    INT(i,7)=nent(NR+i);
end

%al insertar un INT en un NODO el NS del elemento del que sale %cambia
for i=1:Nint
    for k=1:NRamas-Nint
        if nsal(k)==INT(i,8);
            nsal(k)=INT(i,7);
        end
    end
end

for i=1:Nint
    for k=1:NRamas-Nint
        if ((nsal(k)==INT(i,8))&&(Red(k,2)~=2))
            if((Red(k,2)==4)&&(CONEXION(k,1)==1))
                else
                    nsal(k)=INT(i,7);
                end
            end
        end
    end
end

for k=1:NRamas-Nint
    if((Red(k,2)==2)&&(nsal(k)<2000))
        nsal(k)=Red(k,5);
    end
end

```

```

        if((Red(k,2)==4)&&(CONEXION(k,1)==1))
            if((nsal(k)<2000)&&(nsal(k)>1000))%Feb7
                nsal(k)=Red(k,5);
            end
        end
    end
end

if(nent(1,1)~=0)                %pone en Nodos todos los %nodos dif de %ceros que hay en casillas
    correpondientes
        Nodos(nent(1,1))=nent(1,1);
End

if(nsals(1,1)~=0)
    Nodos(nsals(1,1))=nsals(1,1);
end

for i=2:NRamas                % empieza desde 2 por que se %hace referencia %a casilla anterior entonces
    Nodos(0)=null
        if((nent(1,i)~=0)&&(nent(1,i)~=nent(1,i-1)))
            Nodos(nent(1,i))=nent(1,i);
        end
        if((nsals(1,i)~=0)&&(nsals(1,i)~=nsals(1,i-1)))
            Nodos(nsals(1,i))=nsals(1,i);
        end
    end
end

%Conteo de numero de nodos
Nod=find(Nodos~=0);          % se extraen las casillas diferentes %de cero
NNOD=size(Nod);             %y se cuentan los nodos
Nnodos=NNOD(1,2);           %numero total de nodos

for i=1:Nnodos                %forma una matriz con columna 1-Nombre %real del nodo
    NomNod(i,2)=Nod(i);      %columna 2-Nombre nuevo del nodo
    NomNod(i,1)=i;
    m=1;
    for k=Nf*(i-1)+1:Nf*i
        NomNodos(k,1)=k;    %k
        NomNodos(k,2)=NomNod(i,1);
        NomNodos(k,3)=Nod(i);
        m=m+1;
    end
end
end

%formacion la matriz de NE y NS cuya columna 1-Nombre actual del nodo y
%2-nombre anterior
for i=1:NRamas
    for k=1:Nnodos
        if(nent(i)==0)
            NE(i,1:2)=0;% tiene 3 columnas 1-nodo ordenado 1f 2- Nodo %ordenado 3f 3- Nodo real 3f
            break;
        end
        if(nent(i)==NomNod(k,2))
            NE(i,2)=NomNod(k,2);
            NE(i,1)=NomNod(k,1);
            break;
        end
    end
end
for k=1:Nnodos
    if(nsals(i)==0)
        NS(i,1:2)=0;
        break;
    end
    if(nsals(i)==NomNod(k,2))
        NS(i,2)=NomNod(k,2);
        NS(i,1)=NomNod(k,1);
        break;
    end
end
end

% fuentes de inyeccion
I=zeros(1,Nf*Nnodos);        % de red identifica si el %elemento es %Gen entonces

Delta=zeros(1,Nf*Nnodos);    % identifica en que nodo %hay fuente %de inyeccion y KV que posee
% encuentra la casilla en que esta nent(i) enNomNod que es %igual al Numero
% de Nodo asignado y forma la la matriz de inyeccion en nodos %nodos 3f
% desglosados.

aux=1;

```

---

```

for i=1:NRamas-Nint
    if (Red(i,2)==2)
        if (nent(i)~=0)
            nomnod=find(NomNod(:,2)==nent(i));
            I(1,Nf*(nomnod-1)+1:Nf*nomnod)=Gen(aux,2);
            Delta(1,Nf*(nomnod-1)+1:Nf*nomnod)=Gen(aux,3);
            aux=aux+1;
        else
            nomnod=find(NomNod(:,2)==nsal(i));
            I(1,Nf*(nomnod-1)+1:Nf*nomnod)=Gen(aux,2);%1
            Delta(1,Nf*(nomnod-1)+1:Nf*nomnod)=Gen(aux,3);
            aux=aux+1;
        end
    end
end

if (CHECK(1,6)~=0)
    Nselec=Nodoseleccionado;
    clear Nodoseleccionado
    sizeNselec=size(Nselec);
    Num=sizeNselec(1,2);

    Nodoseleccionado(1:Num)=Nselec;
    if (NGen~=0)
        Nodoseleccionado(1+Num:Num+NGen)=Gen(:,6)';
        Nodoseleccionado(1+Num+NGen:Num+2*NGen)=Gen(:,7)';
        if (Nint~=0)
            Nodoseleccionado(1+Num+2*NGen:Num+2*NGen+Nint)=INT(:,7)';
            Nodoseleccionado(1+Num+2*NGen+Nint:Num+2*NGen+2*Nint)=INT(:,8)';
        end
    else
        if (Nint~=0)
            Nodoseleccionado(1+Num:Num+Nint)=INT(:,7)';
            Nodoseleccionado(1+Num+Nint:Num+2*Nint)=INT(:,8)';
        end
    end

    % Ordena lo nodos que se pretenden analizar y elimina los %que estan %repetidos
    int=Nodoseleccionado';
    for i=1:length(Nodoseleccionado)
        for k=i+1:length(Nodoseleccionado)
            if (int(k)==int(i))
                int(k)=0;
            end
        end
    end

    for k=1:length(Nodoseleccionado)-1
        pmen=k;
        men=int(k,1);
        for j=k+1:length(Nodoseleccionado)
            if (int(j,1)<men)
                men=int(j,1);
                pmen=j;
            end
        end

        posmen=pmen;
        aux=int(posmen,:);
        int(posmen,:)=int(k,:);
        int(k,:)=aux;
    end

    findint=find(int);
    Nodoseleccionado=int(findint)';

% identificacion de nodos que se van a quitar
sizeNselec=size(Nodoseleccionado);
NumNselec=sizeNselec(1,2);

% Matriz con todos los nodos
for i=1:Nnodos
    for k=Nf*(i-1)+1:Nf*i
        Noddin(k,4)=0;
        Noddin(k,3)=Nod(i);
        Noddin(k,2)=Nod(i);
        Noddin(k,1)=k;
    end
end

```

---

```

end

% identifica el verdadero nodo visible
for i=1:Num
    for k=1:Nf*Nodos
        if(Noddin(k,3)==Nselec(i))
            Noddin(k,4)=1;
        end
    end
end

% identifica los nodos de interruptores
for ll=1:NumNselec
    Ndin=find(Noddin(:,2)==Nodoseleccionado(ll));
    Noddin(Ndin,2)=0;
end

casillasNoddin=find(Noddin(:,2));
NumNoddin=size(casillasNoddin);
NumNoddin=NumNoddin(1,1);
else
    for i=1:Nodos
        for k=Nf*(i-1)+1:Nf*i
            Noddin(k,4)=1;
            Noddin(k,3)=Nod(i);
            Noddin(k,2)=Nod(i);
            Noddin(k,1)=k;
        end
    end
    NumNoddin=0;
End

% Noddin(:,1)= Nombre de nodos dinamicos en programa desde el %inicio
% Noddin(:,2)= Nombre de nodos dinamicos reales
% esta matriz no tiene los demas nodos solo los dinamicos

%*****

function LTAB=LineaTransFIJO_NfdS(NLT,Nf,Nm)

LTAB=zeros(Nf*NLT,2*Nf,Nm);
for i=1:NLT
    load LTAB_NFDs AB_NFDs
    LTAB=AB_NFDs(1:Nf*NLT,1:2*Nf,:);
end

%*****

function [LTAB,C,Lg,L,Rc,fn]=LineaTrans_NfdS(LT,X,Y,T, NLT,Nf,Nm,w,s,Muestras, t)

LTAB=zeros(Nf*NLT,2*Nf,Nm);
Longmax=max(LT(:,2))*1000;

for i=1:NLT
    % datos de las LT
    l=LT(i,2);
    df=LT(i,3);    Ncf=LT(i,4);    rc=LT(i,5);    rhaz=LT(i,6);
    NhG=LT(i,7);   rhG=LT(i,8);    x=X(i,:);   y=Y(i,:);
    T1=T(i,1);    T2=T(i,2);    T3=T(i,3);

    % variables para el calculo de parametros de la LT
    v=3*1E+8;      mu0=4*pi*1e-7;      ep0=1/(36*pi)*1e-9;
    mur_c=1.00000065;  ro_c=3.21*1E-8;      mur_hG=103;
    ro_hG=2*1e-7;    mur_t=1;      ro_t=100;

    %D_RMG ~f(w)
    [DMG,DMGi,x_xim,y_yim]=DRMG(Nf,Ncf,NhG,rc,rhaz,rhG,x,y);

    % Param~f(w)
    [C,Lg,ro]=param_NfdS(Nf,NhG,y, DMG, DMGi, mu0,ep0,ro_c,ro_hG);

    c=real(s(1));
    fn=v/(4*Longmax);
    wn=2*pi*fn;
    sn=c+j*wn;
    p_t=sqrt(ro_t/(sn*mur_t*mu0));
    p_c=sqrt(ro_c/(sn*mur_c*mu0));

```

```

p_hG=sqrt(ro_hG/(sn*mur_hG*mu0));

for ll=1:Nf+NhG
    for k=1:Nf+NhG
        DMGit(ll,k)=sqrt((x_xim(ll,k))^2+(y_yim(ll,k)+2*p_t)^2);
    end
end

p(1:Nf)=p_c;
p(Nf+1:Nf+NhG)=p_hG;
r(1:Nf)=rc;
r(Nf+1:Nf+NhG)=rhG;
Z_HF=diag(ro./(2*pi*r.*p));
Rcd=diag(ro./(pi*r.^2));
Zc=sqrt(Z_HF.^2+Rcd.^2)/Ncf;
Rc=real(Zc);Lc=imag(Zc)/imag(sn);
Lg=diag(mu0*log(2*y(1:Nf+NhG)./diag(DMG)')/(2*pi))+mu0*log(DMGi./DMG)/(2*pi)-
diag(diag(mu0*log(DMGi./DMG)/(2*pi)));
Lt=diag(mu0*log(1+p_t./y(1:Nf+NhG))/(2*pi))+mu0*log(DMGit./DMGi)/(2*pi)-
diag(diag(mu0*log(DMGit./DMGi)/(2*pi)));
L=Lc+Lg+Lt;

for m=1:length(Muestras)
    Zpartial=Rc+s(m)*L;    Ypartial=s(m)*C;

    [ZT,YT]=RKron(Zpartial,Ypartial,T1,T2,T3,Nf,NhG);
    [a,b]=AB(ZT,YT, l, Nf);
    A(:,m)=a;    B(:,m)=b;
end

LTAB(Nf*(i-1)+1:Nf*i, :, 1:Nm)=[A    B];
AB_NFds=LTAB;
save LTAB_NFds.mat AB_NFds
end

%*****

function LTAB=LineaTransFIJO(NLT,Nf,Nm)

LTAB=zeros(Nf*NLT,2*Nf,Nm);
for i=1:NLT
    load LTAB_Fds AB_Fds
    LTAB=AB_Fds(1:Nf*NLT,1:2*Nf,:);
end

%*****

function [LTAB,C,Lg,L,Rc]=LineaTrans(LT,X,Y,T, NLT,Nf,Nm,w,s,Muestras)

LTAB=zeros(Nf*NLT,2*Nf,Nm);
Longmax=max(LT(:,2));

for i=1:NLT
    % datos de las LT
    l=LT(i,2);
    df=LT(i,3);    Ncf=LT(i,4);    rc=LT(i,5);    rhaz=LT(i,6);
    NhG=LT(i,7);    rhG=LT(i,8);    x=X(i,:);    y=Y(i,:);
    T1=T(i,1);    T2=T(i,2);    T3=T(i,3);

    % variables para el calculo de parametros de la LT
    v=3*1E+8;    mu0=4*pi*1e-7;    ep0=1/(36*pi)*1e-9;
    mur_c=1.00000065;    ro_c=3.21*1E-8;    mur_hG=103;
    ro_hG=2*1e-7;    mur_t=1;    ro_t=100;

    %D_RMG ~f(w)
    [DMG,DMGi,x_xim,y_yim]=DRMG(Nf,Ncf,NhG,rc,rhaz,rhG,x,y);

    % Param~f(w)
    [C,Lg,ro]=param_NfdS(Nf,NhG,y, DMG, DMGi, mu0,ep0,ro_c,ro_hG);

    for m=1:length(Muestras)
        [Zpartial,Ypartial, L,
Rc]=param_fds(s(m),Nf,Ncf,NhG,C,Lg,y,x_xim,y_yim,DMGi,mu0,mur_c,mur_hG,mur_t,ro,ro_c,ro_hG,ro_t,rc,rhG);

        [ZT,YT]=RKron(Zpartial,Ypartial,T1,T2,T3,Nf,NhG);
        [a,b]=AB(ZT,YT, l, Nf);
        A(:,m)=a;
        B(:,m)=b;
    end
end

```



```

        LTAB(Nf*(i-1)+1:Nf*i, :, 1:Nm)=[A      B];
        AB_FdS=LTAB;
        save LTAB_FdS.mat  AB_FdS
    end

%*****

function [Yelem_S,YAB,Ys]=Yelemento(Red, LTAB, NRamas,Nint,Nnodos,Nf,  NE,NS, Nm, s)

% 1- Matriz R L C de los elementos (RLC y Gen) en el rango de %frecuencias
for i=1:NRamas-Nint
    R(i,:)=Red(i,6).*ones(1,Nm);
    L(i,:)=Red(i,7).*s;
    if (Red(i,8)==0)
        C(i,:)=0.*s;
    else
        C(i,:)=1./(Red(i,8).*s);
    end
end

% 2- Impedancia y Admitancia de rama en rango de frecuencias
Zelemento=R+L+C;
Yelemento=Zelemento.^(-1);
for i=1:(NRamas-Nint)
    if(Zelemento(i,:)==0)
        Yelemento(i,:)=0;
    end
end

Yelem_S(:, :,Nm)=zeros(Nf*NRamas,Nf);
for k=1:Nm
    for i=1:(NRamas-Nint)
        Yelem_S(Nf*(i-1)+1:Nf*i, :,k)=Yelemento(i,k)*eye(Nf);
    end
end

% 3- Identificacion de LT y Gen para obtener su admitancia de %Rama
Ys=zeros(Nf*Nnodos,Nf,Nm);          % de red identifica si %el elemento %es generado entonces

% identifica en que nodo hay fuente de inyeccion
YAB(:, :,Nm)=zeros(Nf*NRamas,Nf);

for i=1:NRamas-Nint
    a=Nf*(i-1)+1;
    b=Nf*i;
    switch Red(i,2)
        case 1
            Yelem_S(a:b, :, :)=LTAB(a:b,Nf+1:2*Nf, :);
            YAB(a:b, :, :)=LTAB(a:b,1:Nf, :)-LTAB(a:b,Nf+1:2*Nf, :);
        case 2
            if(Zelemento(i,:)==0)
                for k=1:Nm
                    Yelem_S(a:b, :,k)=1e3*eye(Nf);
                end
            end
            if(NE(i,1)~=0)
                Ys(Nf*(NE(i,1)-1)+1:Nf*NE(i,1), :, :)=Yelem_S(a:b, :, :);
            else
                Ys(Nf*(NS(i,1)-1)+1:Nf*NS(i,1), :, :)=Yelem_S(a:b, :, :);
            end
        end
    end
end

%*****

function Ybus0=Ybus(Yelem_S, YAB, Red, NE, NS, NRamas, Nnodos,Nint,Nf, Nm)

% 4 - Ybus0 del sistema RLC, fuentes y LT antes del cierre
Ybus0(:, :,Nm)=zeros(Nf*Nnodos);

for i=1:NRamas-Nint
    for k=1:Nnodos
        a=Nf*(k-1)+1;
        b=Nf*k;
        if (NE(i,1)==k | NS(i,1)==k)
            Ybus0(a:b,a:b, :)=Ybus0(a:b,a:b, :)+Yelem_S(Nf*(i-1)+1:Nf*i, :, :);
        end
    end
end

```

```

        if(Red(i,2)==1)
            Ybus0(a:b,a:b,:)=Ybus0(a:b,a:b,:)+YAB(Nf*(i-1)+1:Nf*i,,:);
        end
    end
    if(NE(i,1)==k)
        for ll=1:Nnodos
            c=Nf*(ll-1)+1;
            d=Nf*ll;
            if(NS(i,1)==ll)
                Ybus0(a:b,c:d,:)=Ybus0(a:b,c:d,:)-Yelem_S(Nf*(i-1)+1:Nf*i,,:);
                Ybus0(c:d,a:b,:)=Ybus0(c:d,a:b,:)-Yelem_S(Nf*(i-1)+1:Nf*i,,:);
                break;
            end
        end
    end
end
end
end
end
end

%*****

function I0=Sources(Ys, I,Delta, Nnodos,Nf, s, f,Nm)

S(1,1,:)=s(1,:);
for i=1:Nnodos
    a=Nf*(i-1)+1;
    m=1;
    ang=0;
    for k=a:Nf*i
        fase(k)=m;
        angulo(k)=ang;
        m=m+1;
        ang=ang-120;
    end
    Ysource(i,1,:)=Ys(a,1,:);
    Isimple(i)=I(1,a);
End

for i=1:Nnodos
    % Fuentes del sistema inyectadas a los nodos
    a=Nf*(i-1)+1;
    b=Nf*i;

    % coseno
    for k=a:b
        I0(k,1,:)=(Isimple(i).*Ysource(i,1,:)).*((S(1,1,:)).*cos((angulo(k)+Delta(k))*pi/180)-
        2*pi*f*sin(angulo(k)*pi/180+Delta(k)*pi/180))./(S(1,1,:).^2+(2*pi*f)^2);
    end
end

%*****

function [Ybus,Ifuente,Nnodos,Noddin]=ReduccionK(I0,Ybus,Nm,NumNoddin,Nnodos,Noddin,Nf)
Nnodos=Nnodos*Nf;
if (NumNoddin==0)
    Ybus=Ybus;
    Ifuente=I0;
    Nnodos=Nnodos/Nf;
Else
    Ifuente=I0;
    for i=1:NumNoddin
        for k=1:Nnodos
            if(Noddin(k,2)~=0)
                Neliminado=Noddin(k,1);
                Noddin(k,1)=0;
                break;
            end
        end
    end

    Ybus_singular(:, :,Nm)=zeros(Nnodos);
    YbusK(:, :,Nm)=zeros(Nnodos-1);

% Se realiza la reduccion de Kron resultando una matriz con %una columna y
% una fila de ceros perteneciente a Neliminado
    for m=1:Nm
        Ybus_singular(:, :,m)=Ybus(:, :,m)-
        Ybus(:, Neliminado,m)*Ybus(Neliminado, :,m)/Ybus(Neliminado,Neliminado,m);
    end
end

```

---

```

% modifica la matriz de NomNodos
sizeNoddin=find(Noddin(:,1));
NnodosK=size(sizeNoddin);
NnodosK=NnodosK(1,1);

YbusK(1:Neliminad-1,1:Neliminad-1,:)=Ybus_singular(1:Neliminad-1,1:Neliminad-1,:);
YbusK(1:Neliminad-1,Neliminad:NnodosK,:)=Ybus_singular(1:Neliminad-1,Neliminad+1:Nnodos,:);
YbusK(Neliminad:NnodosK,1:Neliminad-1,:)=Ybus_singular(Neliminad+1:Nnodos,1:Neliminad-1,:);

YbusK(Neliminad:NnodosK,Neliminad:NnodosK,:)=Ybus_singular(Neliminad+1:Nnodos,Neliminad+1:Nnodos,:);

Ybus=YbusK;
clear Ybus_singular YbusK

%Ifuentenueva=zeros(Nnodos_n,1);
Ifuentenueva(1:Neliminad-1,1,:)=Ifuente(1:Neliminad-1,1,:);
Ifuentenueva(Neliminad:NnodosK,1,:)=Ifuente(Neliminad+1:Nnodos,1,:);
Ifuente=Ifuentenueva;
clear Ifuentenueva

numnodos=1:1:NnodosK;
Nodosaux=Noddin;
clear Noddin

Noddin(1:Neliminad-1,4)=Nodosaux(1:Neliminad-1,4);
Noddin(Neliminad:NnodosK,4)=Nodosaux(Neliminad+1:Nnodos,4);
Noddin(1:Neliminad-1,3)=Nodosaux(1:Neliminad-1,3);
Noddin(Neliminad:NnodosK,3)=Nodosaux(Neliminad+1:Nnodos,3);
Noddin(1:Neliminad-1,2)=Nodosaux(1:Neliminad-1,2);
Noddin(Neliminad:NnodosK,2)=Nodosaux(Neliminad+1:Nnodos,2);
Noddin(:,1)=numnodos';
Nnodos=NnodosK;
end

Nnodos=Nnodos/Nf;
end

%*****

function [int]=Orden_INT(INT,NE,NS,Nf,Nint,NRamas,Noddin)
sizeNoddin=size(Noddin(:,1));
sizeNoddin=sizeNoddin(1,1);

for i=(NRamas-Nint+1):NRamas
for k=1:Nf:sizeNoddin
if Noddin(k,3)==NE(i,2)
NE(i,1)=(Noddin(k,1)-1)/Nf+1;
end
if Noddin(k,3)==NS(i,2)
NS(i,1)=(Noddin(k,1)-1)/Nf+1;
end
end
end

% agrega las columnas 5-NE nuevo y 6-NS nuevo
m=1;
for i=(NRamas-Nint+1):NRamas
INT(m,7)=NE(i,1);
INT(m,8)=NS(i,1);
m=m+1;
end

% ordena todos los tiempos A B C de los interruptores %trifasicos en forma %desglosada

for i=1:Nint
a=Nf*(i-1);
b=Nf*I;
inter(1,a+1:b)=INT(I,3:3+Nf-1);

for k=1:Nf
interruptor(a+k,2)=Nf*(INT(I,7)-1)+k;
interruptor(a+k,3)=Nf*(INT(I,8)-1)+k;
end
end

interruptor(:,1)=inter(1:);
int=interruptor;

%ordena de las filas de INT segun su tc de menor a mayor

```

---

```

for k=1:Nf*Nint-1
    pmen=k;
    men=int(k,1);
    for j=k+1:Nf*Nint
        if(int(j,1)<men)
            men=int(j,1);
            pmen=j;
        end
    end
    posmen=pmen;
    aux=int(posmen,:);
    int(posmen,:)=int(k,:);
    int(k,:)=aux;
end

%*****

function [I1,Ybus_int]=Inyeccion(N,int,k,V0,c,ventana,t,dt,n,Nf,Nnodos,Ybus_int)

    Nm=2^N;
    Yf_int=1e3; %admitancia de la fuente ideal que origina un voltaje %en las terminales del INT
    Viny=zeros(1,Nm);
    int_in=int(k,2);
    int_out=int(k,3);

    VINT(1:Nm)=V0(int_in,1,1:Nm)-V0(int_out,1,1:Nm);

    % 9 - VINT en dom t
    [Vint_util,Vint,t_util]=TNLI(c,VINT,ventana,t,dt,Nm);

    % 10 - valor absoluto de fuente de Viny para simular %manobra de cierre %(dom t)
    for i=1:Nm
        if(t(i)>=int(k,1))
            Viny(i)=Vint(i);
        end
    end

    % 11- Viny en dom S
    VINY=-TNLD(Viny,t,dt,c,n,N);

    % 12- fuente de corriente de inyeccion
    IINY=Yf_int.*VINY;
    I1=zeros(Nf*Nnodos,1);
    I1(int_in,1,1:Nm)=IINY(1:Nm);
    I1(int_out,1,1:Nm)=-IINY(1:Nm);

    % 13 - Ybus1 debida a maniobra Ybus0 + Yiny
    Ybus_int(int_in,int_out,:)=Yf_int;
    Ybus_int(int_out,int_in,:)=Yf_int;
    Ybus_int(int_in,int_in,:)=Yf_int;
    Ybus_int(int_out,int_out,:)=Yf_int;

%*****

function [NODOmax, maximo, fila]=Grafica_Vmax_Nodomax(Vnodal,t_util,NomNodos, caso,Nf,tinigraf,
Pruebatipo,RGEN,RLT)

Rango_Graficado=find(tinigraf>=t_util);
Muestra_inigraf=size(Rango_Graficado);
tsize=size(t_util);
sized=tsize(1,2);
%solo se acepta sistema trifasico

M=size(Vnodal);
for (i=1:M(1,1))
    % valores maximos de todas las fila o columna del arreglo
    maximos(i)=max(abs(Vnodal(i,Muestra_inigraf(1,2):sized)));

    % valor maximo en turno
    k=maximos(i);

    % localidad que ocupa el valor maximo
    local_ind(i)=find(abs(Vnodal(i,Muestra_inigraf(1,2):sized))==k);
end

% valor maximo absoluto
maximo=max(maximos);

% localizacion del nodo-fase en el que se presenta

```

```

fila=find(maximos==maximo);

% conteo de nodos del arreglo
Num_Nodos=M(1,1)/Nf;

for i=1:Num_Nodos
    %rango de nodos monofasicos que contiene el nodo trifasico en turno
    a=Nf*(i-1)+1;
    b=Nf*i;
    nodos=(a:b);
    %identifica si el nodo donde se presenta el Vmax esta en el rango de
    %nodos monofasicos en turn
    rangoN=find(nodos==fila);

    if(rangoN~=0)
        NODOmax=NomNodos(a,3);
        figure(caso+10000)
        plot(t_util(Muestra_inigraf(1,2):sized),Vnodal(a,Muestra_inigraf(1,2):sized),'-
        ',t_util(Muestra_inigraf(1,2):sized),Vnodal(a+1,Muestra_inigraf(1,2):sized),'--
        ',t_util(Muestra_inigraf(1,2):sized),Vnodal(b,Muestra_inigraf(1,2):sized),'-.', 'linewidth',1.1)

        grid on
        y=maximo+0.5;
        axis ([tinigraf t_util(sized) -y y])
        legend('Va','Vb','Vc')
        xlabel('tiempo ');
        ylabel([' Voltaje en Nodo ',num2str(NomNodos(a,3)),'(pu)']);
        title(['Pruebatipo ' ' RGEN ' ' RLT ' CASO ' num2str(caso) ' ' Nodo '
        num2str(NomNodos(a,3)) ]);

        saveas(gcf,['Pruebatipo,RGEN,RLT,num2str(caso),'.fig'])
        saveas(gcf,['Pruebatipo,RGEN,RLT,num2str(caso),'.eps'])
        close;
    end
end

%*****

function [DMG,DMGi,x_xim,y_yim]=DRMG(Nf,Ncf,NhG,rc,rhaz,rhG,x,y)

% Auxiliares para el calculo de las matrices de parametros

% Formacion de vectores de abscisas y coordenadas de vectores para la %localizacion de
% los conductores imagenes
yim=-y;
xim=x;

% Calculo de radio medio geometrico de las fases considerando que son
% iguales entre si por lo que solo calcular una sola fase
RMG_c=(Ncf*rc*(rhaz)^(Ncf-1))^(1/Ncf);

% Radio medio geometrico de los hilos de gurada
RMG_hG=rhG;

% Calculo de las distancias medias geometricas entre conductores

DMG(1:Nf,1:Nf)=eye(Nf)*RMG_c;
DMG(Nf+1:Nf+NhG,Nf+1:Nf+NhG)=eye(NhG)*RMG_hG;

for i=1:Nf+NhG
    for k=1:Nf+NhG
        if(k~=i)
            DMG(i,k)=sqrt((x(i)-x(k))^2+(y(i)-y(k))^2);
        end
    end
end

% distancias medias geometricas entre conductores de linea y sus imagenes
% distancias medias geometricas entre conductores de linea y sus imagenes %considerando la profundidad
media
for i=1:Nf+NhG
    for k=1:Nf+NhG
        x_xim(i,k)=x(i)-xim(k);
        y_yim(i,k)=y(i)-yim(k);
        DMGi(i,k)=sqrt((x_xim(i,k))^2+(y_yim(i,k))^2);
    end
end
end

```

```

*****
function [C,Lg,ro]=param_NfdS(Nf,NhG,y, DMG, DMGi ,mu0,ep0,ro_c,ro_hG)

% Calculo de los parametros que no son dependientes de la frecuencia

% matriz de capacitancia de la linea de transmision
P=diag(log(2*y(1:Nf+NhG)./diag(DMG)'))/(2*pi*ep0)+log(DMGi./DMG)/(2*pi*ep0)-
diag(diag(log(DMGi./DMG)/(2*pi*ep0)));
C=inv(P);

% inductancia gemetrica
Lg=diag(mu0*log(2*y(1:Nf+NhG)./diag(DMG)'))/(2*pi)+mu0*log(DMGi./DMG)/(2*pi)-
diag(diag(mu0*log(DMGi./DMG)/(2*pi)));

% valores resistividades en un solo vector (por conductor)
ro(1:Nf)=ro_c;
ro(Nf+1:Nf+NhG)=ro_hG;

*****

function [ZT,YT]=RKron(Z,Y,T1,T2,T3,Nf,NhG)

    Z_dY=inv(Y);
% Reduccion de Kron para eliminar los hilos de guarda
% con la formacion de las submatrices ZA, ZB, ZC, ZD de la pag 35 de %Aboytes
% para el caso de la matriz de aditancias se obtiene su inversa y se %procede igual que con la
% matriz de impedancia serie
    Zeq=Z(1:Nf,1:Nf)-Z(1:Nf,Nf+1:Nf+NhG)*inv(Z(Nf+1:Nf+NhG,Nf+1:Nf+NhG))*Z(Nf+1:Nf+NhG,1:Nf);
    Z_dYeq=Z_dY(1:Nf,1:Nf)-
Z_dY(1:Nf,Nf+1:Nf+NhG)*inv(Z_dY(Nf+1:Nf+NhG,Nf+1:Nf+NhG))*Z_dY(Nf+1:Nf+NhG,1:Nf);
    Yeq=inv(Z_dYeq);

% Transposiciones de la linea se muestran las matrices de rotacion R y se %procede a transponer
% se siguen considerando los parametros por unidad de longitud
switch Nf
    case 1
        ZT(:,:)=Zeq;
        YT(:,:)=Yeq;
    case 3
        R=[0,0,1;1,0,0;0,1,0];
        Rl=[0,1,0;0,0,1;1,0,0];

        ZT(:,:)=T1*Zeq+T2*R1*Zeq*R+T3*R*Zeq*Rl;
        YT(:,:)=T1*Yeq+T2*R1*Yeq*R+T3*R*Yeq*Rl;
    case 6

        R=[0,0,1;1,0,0;0,1,0];
        Rl=[0,1,0;0,0,1;1,0,0];

        ZT(:,:)=TT1*Zeq+TT2*R1*Zeq*R+TT3*R*Zeq*Rl;
        YT(:,:)=TT1*Yeq+TT2*R1*Yeq*R+TT3*R*Yeq*Rl;
end

*****

function [A,B]=AB(Z,Y,l, Nf)
% calculo de las caracteristicas de propagacion de onda de LT
% empleando una LT transpueta completa y simetricamente ZY=YZ entonces Tv=Ti

ZY=Z*Y;
[Tv,Dv]=eig(ZY);

% coeficientes de propagacion de los modos (letra G del alfabeto griego)
Gv=diag(diag(Dv).^0.5); % los eigen vectores no son iguales

% matriz Psi (como Y griega)
Psv=Tv*Gv*inv(Tv);

%Admitancia caracteristica
Yc=inv(Z)*Psv;

%impedancia caracteristica
%Zc=inv(Y)*Psi; Zc_m=Tv*Zcm*inv(Ti); es lo mismo que:
%Zc(:,,m)=Tv*inv(Gv)*inv(Tv)*Z(:,,m);

% CALCULO DEL MODELO DE DOS PUERTOS Yo*coth(Psv)

```

```

A=Yc*Tv*(diag(coth(diag(Gv)*1*1e3)))*inv(Tv);
B=Yc*Tv*(diag(csch(diag(Gv)*1*1e3)))*inv(Tv);

%*****

function [Z,Y, L,
Rc]=param_fdS(s,Nf,Ncf,NhG,C,Lg,y,x_xim,y_yim,DMGi,mu0,mur_c,mur_hG,mur_t,ro,ro_c,ro_hG,ro_t,rc, rhG)

% funcion que calcula las variables que dependen de la frecuencia
% calculo de las variables que dependen de la frecuencia
% profundidad compleja de la tierra
p_t=sqrt(ro_t/(s*mur_t*mu0));

% profundidad compleja del conductor
p_c=sqrt(ro_c/(s*mur_c*mu0));

% profundidad compleja de la los hilos de guarda
p_hG=sqrt(ro_hG/(s*mur_hG*mu0));

% vector con profundidades complejas
p(1:Nf)=p_c;
p(Nf+1:Nf+NhG)=p_hG;
r(1:Nf)=rc;
r(Nf+1:Nf+NhG)=rhG;

% distancias medias geometricas entre conductores de linea y sus imagenes
% considerando la profundidad media (dependiente de la frecuencia

DMGit=sqrt(x_xim.^2+(y_yim+2*p_t*ones(Nf+NhG)).^2);
Z_HF=diag((ro./(2*pi*r.*p)));
Rcd=diag(ro./(pi*r.^2));
Zc=sqrt(Z_HF.^2+Rcd.^2)/Ncf;
Rc=real(Zc);
Lc=imag(Zc)/imag(s); %antes w(m)

% inductancia gemetrica y la debida a retorno por tierra
Lt=diag(mu0*log(1+p_t./y(1:Nf+NhG))/(2*pi))+mu0*log(DMGi./DMGi)/(2*pi)-
diag(diag(mu0*log(DMGi./DMGi)/(2*pi)));

% Matriz de impedancia debido al retorno por tierra y debido al efecto skin
Zt=s*Lt;
Zg=s*Lg;
Zx = Zt+Zg;

% Valor de la matriz de inductancia de la linea de transmision
L=Lc+Lg;

% Matriz de impedancia serie de la linea de transmision
Z=Rc+s*L+Zt;

% Matriz de admitancia en derivacion de la linea de transmision
Y=s*C;

%*****

function [fdt_util,fdt,t_util]=TNLI(c,fdS,ventana,t,dt,N)

n = [0:N-1];
expl = 2*exp((c*dt+j*pi/N).*n)/dt;
Nutil=floor(N*0.9);
fn2 = ifft(fdS.*ventana);
fdt = real((expl.*fn2));
fdt_util=fdt(1:Nutil);
t_util=t(1:Nutil);

%*****

function [fdS]=TNLD(fdt,t,dt,c,n,N)

Nm=2^N;
Dn=dt*exp((-c*dt).*n-(j*pi/Nm).*n);
fdS=fft(fdt.*Dn);

%*****

function [INT, tobs,t_inigraf]=Tiempos_INT(INT,Orden,f)

Ciclos=(mod(Orden,2)).*10+3;
suma=0;

```

---

```
t_30g=(1/f)*(1/12);  
tA_max=6*t_30g;  
tB_max=4*t_30g;  
tC_max=8*t_30g;  
  
t_inigraf=0;  
for i=1:length(Orden)  
    m=find(Orden==i);  
  
    if(i==1)  
        tA=tA_max;  
        tB=tB_max;  
        tC=tC_max;  
        suma=suma+0;  
        INT(m,3)=tA;  
        INT(m,4)=tB;  
        INT(m,5)=tC;  
    else  
        tA=tA+Ciclos(m)*(1/f);  
        tB=tB+Ciclos(m)*(1/f);  
        tC=tC+Ciclos(m)*(1/f);  
        suma=suma+Ciclos(m);  
        INT(m,3)=tA;  
        INT(m,4)=tB;  
        INT(m,5)=tC;  
    end  
end  
tobs=(t_inigraf+suma/f)/0.9;
```



